MATEMATICA A PAROLE

RACCONTI

(OLTRE I 18 ANNI)

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
SUPSI

Fondo nazionale svizzero

ti Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport

INDICE

PREMESSA

Questa raccolta raccoglie gli elaborati più meritevoli della sezione prosa (categoria oltre i 18 anni) selezionati nell'ambito del concorso letterario Matematica a parole, indetto nell'anno scolastico 2022-2023 in seno al progetto *Italmatica per tutti: la lingua italiana per favorire l'insegnamento-apprendimento della matematica*, attivo presso il Dipartimento formazione e apprendimento della SUPSI di Locarno (finanziato dal programma *Agora* del Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica).
La risposta delle scuole di ogni ordine e grado, ma anche dei singoli (piccoli e grandi), è andata al di là delle attese, facendo pervenire, fra prosa e poesia, dal Canton Ticino e dall'Italia, ben 520 produzioni individuali e di gruppo. Ciascuna ha rivelato l'interesse e la passione che il mondo della matematica e quello della lingua letteraria possono suscitare su vasta scala e da varie angolature, soprattutto se posti in dialogo fra loro. Ciò seguendo l'illustre scia di tanti precedenti che, nei secoli, hanno tracciato la strada della comunicazione fra i due ambiti, consapevoli delle difficoltà, ma anche della profondità e della ricchezza che la sinergia può produrre.
Data la quantità, una selezione è stata necessaria, e le varie raccolte proposte in questo sito suddivise per sezione (prosa o poesia) e categorie (3-7 anni; 8-10 anni; 11-14 anni; 15-18 anni; oltre i 18 anni) ne sono il risultato; in apertura si trovano i tre testi vincitori, in ordine di premiazione, seguiti da altre produzioni particolarmente significative disposte in ordine alfabetico per titolo, che mostrano l'ampiezza di possibilità data da un approccio interdisciplinare *italmatico* al sapere.

Team di progetto
Silvia Sbaragli (responsabile), Luca Crivelli e Elena Franchini (Centro competenze didattica della matematica, DFA-SUPSI); Silvia Demartini (Centro competenze didattica dell'italiano lingua di scolarizzazione, DFA-SUPSI).

IL 14 MARZO

Pi greco era veramente stanco del comportamento astioso dei suoi colleghi. In quella comunità i cui membri si davano arie da educati e raffinati intellettuali, in realtà, si celavano malevolenze e rivalità di bassa lega.
Lui, in particolare, era spesso bersaglio degli strali di chi, evidentemente invidioso della sua vasta popolarità, cercava di metterlo in cattiva luce. Spesso gli si rivolgevano con il termine irridente di *trequattordici*, ben sapendo che, in realtà, il suo valore era infinitamente più articolato e complesso.
Il più accanito contro di lui era il Rapporto Aureo, che poi in realtà si chiamava costante di Fidia. Costui era un elemento molto vanitoso e, a sentir lui, le sue forme e le sue dimensioni rappresentavano il vero canone della bellezza universale. Si dichiarava orgoglioso parente della successione di Fibonacci e, non sopportando che la sua fama fosse seconda a nessuno, soffriva la notorietà di cui godeva Pi greco, enormemente superiore alla sua.
Altrettanto insofferente della fama di Pi greco era la costante di Nepero che vantava origini antiche in quanto discendente diretto del numero di Eulero, tanto che confidenzialmente si faceva chiamare *e*. Amava flirtare con i logaritmi, un gruppo di elementi un po' volubili che si dichiaravano Esponenti di una presunta aristocrazia numerica (non si sa bene in Base a cosa). Succedeva spesso che incaricassero proprio *e* di fornire loro una Base naturale. Comunque e si vantava di essere presente in molte formule matematiche di gran prestigio. Numerose erano le dispute tra *e* e Pi greco per chi potesse fregiarsi del titolo di più importante di tutti. Inutili furono i tentativi fatti da un altro componente del gruppo che si faceva chiamare pomposamente Costante di Gelfond per cercare di comporre il dissidio. Quest'ultimo, infatti, aveva trovato una formula capace di mettere insieme i due contendenti, elevandoli l'un l'altro, ma con scarsi risultati pratici e nessun effetto distensivo per la controversia in corso.
Ma anche altri membri quell'eterogeneo gruppo mostravano la loro eccentrica scontrosità. Radice quadrata di *due* pretendeva di essere chiamata costante di Pitagora millantando origini remote risalenti addirittura ad epoche babilonesi e più antiche di Pi greco. Spesso bisticciava con la radice cubica perché quest'ultima era da lei considerata troppo facilona, disposta ad accogliere anche i numeri negativi e questo, lei, così schizzinosa e un po' razzista, non lo tollerava.
C'era poi radice quadrata di *meno uno* che quando veniva apostrofata come unità immaginaria rispondeva che gli altri erano solo degli irrazionali quando non addirittura trascendenti.
Per non parlare del gruppo dei trigonometrici dove in un'orgia di funzioni si accavallavano seni, coseni, tangenti e cotangenti, secanti e cosecanti e anche le loro funzioni inverse (che assumevano prefisso *arco*) e che, a dir la verità, davano l'impressione di comportamenti un po' perversi.

Inoltre non portavano alcuna riconoscenza a Pi greco, seppure fosse proprio lui alla base di tutte quelle formule.
Perfino i Numeri Periodici si sentivano in diritto di rimproverare Pi greco, indignati per la grande confusione che regnava tra i suoi decimali.
Le Espressioni e le Equazioni lo trattavano con disdegnosa altezzosità non mancando di ricordargli che, in fondo, lui era soltanto un numero.
In quello strano mondo si faceva a gara per inseguire un'unica ambizione: quella di contare di più!
Alla fine Pi greco, deluso e demoralizzato, decise di scomparire. Lo fece senza avvisare nessuno mettendosi in viaggio per una destinazione sconosciuta. Occorre dire che non fu affatto facile per lui dileguarsi perché doveva portarsi appresso un numero pressoché infinito di decimali di cui aveva perso perfino il conto.
Quindi? Apriti cielo! Le conseguenze di quella fuga furono drammatiche. Si registrarono enormi danni non solo in ambito scientifico ma anche nei normali aspetti della vita quotidiana. In sostanza, il mondo piombò nel caos.
Nessuno più riuscì a calcolare una circonferenza e neppure un'area di cerchio, ma neanche il volume di una sfera o di un cilindro o di altre forme geometriche e divenne persino impossibile definire il periodo di oscillazione del pendolo; per non parlare di altre formule fisico-matematiche più complesse ma non meno indispensabili.
Geometri, architetti, fisici, ingegneri erano disperati. Non si riusciva a costruire più nulla, nessun calcolo, nessun progetto, in assenza di Pi greco, poteva essere portato a termine.
Venne a galla ciò che già si sapeva ma che nessuno aveva mai espresso in maniera chiara: di Pi greco non si poteva fare a meno.
Tutti i numeri, naturali, reali, razionali e irrazionali, complessi, furono convocati per cercare di porre rimedio a quella situazione tragica. Furono invitati a collaborare per costruire formule che fornissero una soluzione alternativa a tutti i problemi dove Pi greco fungeva da indispensabile elemento di calcolo.
Cerchi, circonferenze ed archi si resero disponibili a soluzioni accomodanti anche a costo di perdere la loro originaria perfezione estetica. Sfere, cilindri e coni mostrarono grande flessibilità pensando oltretutto di poter cogliere un'occasione per dare un benefico ritocco ai loro volumi.
Furono indette gare e promessi premi per chi riuscisse a trovare valide vie di uscita da quell'impasse.
In particolare il numero *tre* e il numero *quattro* furono sottoposti a forti pressioni perché era al loro interno che si doveva trovare la chiave risolutiva.
Anche il *Diametro* divenne molto nervoso in quanto oggetto continuo di sperimentazioni, talvolta anche rozze. In conseguenza di ciò, fatalmente, il suo rapporto con la *Circonferenza* finì per incrinarsi.

In molti risposero all'invito sostenendo di avere la soluzione. Un giorno, un numero in forma di frazione, tutto trionfante, annunciò:
"Io sono 16/9, elevatemi al quadrato e otterrete quanto desiderato".
Ma alla prova dei fatti quel risultato si dimostrò approssimativo e incapace di sostituire degnamente Pi greco.
Così molti altri tentativi furono compiuti, soprattutto da parte di frazioni che fornivano decimali improbabili al povero numero *tre* obbligato a prestarsi a qualsiasi iniziativa che promettesse risultati incoraggianti.
Ma fu tutto inutile e, alla fine, si arrivò alla conclusione che Pi greco dovesse essere ritrovato.
Cominciò una gran caccia all'uomo, anzi, al Pi greco. Furono sguinzagliati gli investigatori più esperti e impiegati dispositivi di localizzazione ad alta tecnologia (che però proprio per l'assenza di Pi greco funzionavano male).
L'illustre braccato Pi greco fu infine rintracciato su una barca alla deriva nel Mar Egeo, mentre tentava di entrare clandestinamente in Grecia alla ricerca dei suoi antenati e delle sue radici. Ma dovettero pregarlo in ginocchio: ritorna da noi, non riusciamo a stare senza di te! Ti daremo tutti i riconoscimenti che meriti, abbiamo capito che sei un elemento fondamentale per la vita di tutti noi.
Pi greco in fondo era un buono e dopo una consultazione tra tutti i suoi numerosissimi decimali accettò di ritornare. Pose come condizione che gli si attribuisse un riconoscimento pubblico a testimonianza del suo indubbio valore.
Fu così che il 14 marzo (3/14) fu istituito il Pi greco day e tutti gli anni, in quella data, si celebra la sua grandezza.
A corollario vale la pena aggiungere che in quella giornata, negli Stati Uniti, viene trasmesso uno slogan pubblicitario di una nota azienda dove Pi greco (Pi Greek) appare come il rapporto tra il diametro e la circonferenza di una… Apple Pie.

Autore: Fulvio Conenna

L'EVOLUZIONE DEI QUADRILATERI

C'era una volta, nel mondo della geometria, una figura che si faceva chiamare quadrilatero (generico). Era un bel poligono formato da una linea semplice, spezzata e chiusa e aveva quattro lati, quattro angoli e quattro vertici.

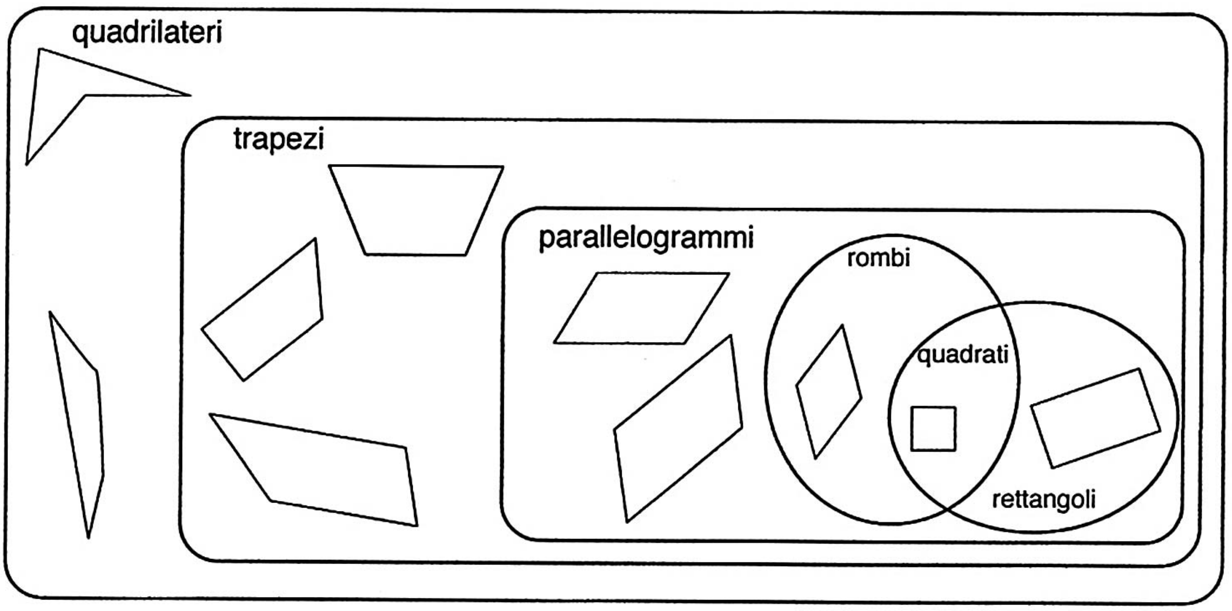
Un giorno successe un fatto strano, una giovane quadrilatero diede alla luce un figlio che aveva una coppia di lati paralleli. Con il tempo i quadrilateri si accorsero che il nuovo arrivato era troppo diverso per chiamarsi come loro, allora lo battezzarono con un nuovo nome: fu chiamato trapezio. Successivamente, nacquero diversi tipi di trapezi e ci si accorse che formavano tre gruppi, c'erano i trapezi scaleni, che avevano una coppia di lati paralleli ma tutti i lati di diversa lunghezza, i trapezi isosceli che avevano una coppia di lati paralleli e i lati obliqui di ugual misura e infine c'erano i trapezi rettangolo, erano quelli che possedevano un angolo retto.

L'evoluzione non si era conclusa. Un giorno iniziò a girare la voce che nella famiglia dei quadrilateri era nato un trapezio diverso da tutti gli altri, si diceva che era bellissimo! Aveva due lati lunghi, della stessa misura e paralleli tra loro, e due lati corti, anche questi lunghi uguali e paralleli tra loro. Quando le voci furono confermate, la nuova figura fu chiamata a presentarsi davanti alla grande famiglia dei quadrilateri che, di fronte a tanta perfezione decisero di dover dare un nuovo nome alla bella figura. Dopo lunghe discussioni, i saggi quadrilateri decisero di darle un nome che ricordasse i suoi bei lati, così la figura venne chiamata parallelogrammo.

Un giorno capitò qualcosa di bizzarro. Una giovane parallelogramma partorì due figli molto speciali. Uno aveva gli angoli come la madre, due acuti e due ottusi e i suoi lati a due a due paralleli tra loro, ma erano tutti della stessa lunghezza. L'altro figlio invece assomigliava alla madre perché aveva due lati lunghi e due corti, di ugual lunghezza e paralleli tra loro, ma di nuovo il piccolo aveva quattro fantastici angoli retti. Mamma parallelogramma si accorse che i suoi piccoli erano di una specie più evoluta, così li portò davanti ai saggi della famiglia dei quadrilateri che accertandosi della specialità dei nuovi arrivati decisero di dare loro due nuovi nomi. A quello con due coppie di lati paralleli, due angoli acuti, due ottusi e quattro lati lunghi uguali si dette il nome di rombo, e al fratello, per ricordare i suoi begli angoli retti lo si chiamò rettangolo.

Nel mondo dei quadrilateri sembrava che l'evoluzione fosse finita ma, un giorno, un rettangolo e un rombo si unirono in matrimonio e da loro nacque la figura che portava con sé tutte le caratteristiche dei suoi predecessori. Il nuovo arrivato aveva quattro lati, quattro angoli e quattro vertici, proprio come tutti i quadrilateri, dal trapezio aveva preso una coppia di lati paralleli, dal parallelogramma aveva preso la seconda coppia di lati paralleli, dal rombo aveva preso i quattro lati lunghi uguali e dal rettangolo aveva preso i quattro angoli retti. Quest'ultimo esemplare di quadrilatero venne da tutti considerato come "il perfetto" e lo si battezzò con il nome di quadrato.

Ecco una bella foto di famiglia!



Autrice: Monica Treppiedi

Non perdo mai, o vinco o imparo
Nelson Mandela

Vai...

Non arrenderti mai!

Arcobaleno è un territorio nel quale tutti amano e rispettano la Natura.
I bambini si divertono felici nei prati ricoperti di fiori multicolori.
Raccolgono frutti deliziosi e dolcissimi da alberi lussureggianti.
Si dissetano con l'acqua fresca e pura che scorre in gorgoglianti ruscelli.
Non c'è alcun tipo d'inquinamento.
Il paese è governato da Eco, una persona giusta, forte, allegra e coraggiosa.

Non troppo lontano da questa località incantevole c'è Mesto, un luogo nel quale nessuno sembra amare e rispettare la Natura.
I cittadini escono di casa solo se indossano apposite mascherine: l'aria è irrespirabile, fetida, carica di sostanze tossiche.
Quelli che erano prati ora sono discariche a cielo aperto. Crescono pochi frutti che non si possono mangiare perché sono rivestiti di una patina velenosa.
I ruscelli e i fiumi sono ormai privi d'acqua e, quella che c'è, è sporca, inquinata e nessuno può berla.
Questo desolato territorio è governato da Lordura, una persona cinerea, ingiusta, triste, prepotente.

Un giorno alcuni bambini di Mesto si riuniscono all'esterno della loro scuola e decidono che non sia più possibile continuare a vivere in quel mondo dove anche i loro amici animali stanno soffrendo.

Cora, una ragazzina piccola, magra, con ricci, ispidi capelli neri che risaltano sul suo colorito giallastro, sale in piedi su uno sgangherato bidone di plastica, che spicca tra le montagne di spazzatura che ricoprono il cortile. Si rivolge ai compagni.
- Basta! Dobbiamo fare qualcosa! Non ci sono più fiori, non abbiamo né alberi, né acqua. Sembra che non ci sia più nemmeno il sole che è ricoperto da queste maleodoranti nuvole grigie.
Dobbiamo smettere di inquinare. È ora di pulire, piantare alberi, fiori, far crescere prati. Curarli, rispettarli e piano piano il nostro territorio tornerà vivibile e diventerà come Arcobaleno.

- Brava, Cora! Vogliamo acqua e aria pulite. Desideriamo il sole!
- È chiaro che sarebbe inutile rivolgersi a Lordura perché è proprio grazie a lei che siamo in questa situazione.
Cora, il cui nome è il diminutivo di Coraggiosa, tra grida d'approvazione e applausi, si offre d'andare a parlare della situazione a Eco ed avere da lei i suggerimenti per fare in modo che anche Mesto possa tornare un luogo dove vivere in salute ed armonia con la Natura.
Così parte da sola e con il cuore in gola.
Pedala per giorni sulla sua incolore bicicletta arrugginita, tra alberi rinsecchiti, rifiuti abbandonati, fiumi quasi in secca con pochi pesci boccheggianti.
Sbuffa e pedala, pedala e ansima per la fatica di respirare quell'aria tanto inquinata, quando, esausta, all'improvviso intravede in lontananza una luce calda e abbagliante che le ricorda quella quasi appena intravista nei suoi primi anni di vita. Osserva meglio... è la luce di un luogo nel quale il cielo è azzurro e l'aria è pura.
- Sto arrivandooo Arcobalenoooo!
Con gran fatica spinge sui pedali ancora più in fretta. Vuole sentire che effetto fa il caldo del sole sulla sua pelle grigia.
Le sentinelle, che vedono arrivare questo mucchietto d'ossa striminzito, poco profumato e ansante, l'accompagnano subito da Eco.
A fatica, per il respiro affannoso e per la grande emozione, Cora cerca di spiegare il motivo della sua visita.
È accolta, ascoltata, ripulita e nutrita.
Eco le dice:
-Sono onorata di conoscerti, perché hai avuto grande coraggio ad affrontare tutta sola un percorso così ricco d'insidie. Sei una ragazzina audace e proprio il tuo valore potrà aiutarti a riportare la vita a Mesto.
Per avere la certezza che tu sia la persona adatta a salvare la tua Terra dovrai però superare alcune prove.
Questa notte riposati e domani ti spiegheremo che cosa dovrai fare.
La mattina dopo Eco, nel cortile del palazzo del governo, riceve Cora intimorita, ma ricca di aspettative.

Le viene spiegato che dovrà cercare le soluzioni ad alcuni problemi che le saranno posti da un gruppo di esperti.
Ad Arcobaleno tutto il popolo scende in piazza. Esulta e fa il tifo per quell'ardimentosa ragazzina che sta perdendo il suo colore grigio e sta tornando bella, con la luce negli occhi e le guance rosate come quando era nata.
- Mi sembri proprio la persona che stiamo cercando per salvare Mesto!
Sono le prime parole di Eco che prosegue:
- Ci vuole qualcuno che dimostri di non volersi mai arrendere e che si metta in gioco di fronte ai problemi, perché chi salverà Mesto avrà poi l'onore di governare.
Accompagnato dal suono delle trombe entra un giudice:

AVVISO ALLA LETTRICE E AL LETTORE

Ora sei tu che devi immaginare di essere Cora. Con le tue scelte puoi decidere i differenti sviluppi della storia.
Ogni volta dovrai trovare una motivata soluzione ai quesiti proposti. Ciascuna tua decisione determinerà un diverso percorso che porterà ad una personale conclusione della storia.
Per ogni quesito, solo quando avrai deciso qual è la tua risposta alle domande poste a Cora, potrai girare la pagina e così scoprire i percorsi determinati dalle tue soluzioni.
Con una matita colorata ripassa la cornice nella quale ci sono la tua risposta e le sue conseguenze.
*Al termine avrai evidenziato la **tua storia.***
Puoi giocare da sola, da solo o collaborare con gli amici.

PRIMA PROVA

Le mele

Eco si avvicina a Cora e gentilmente le indica:
- Osserva in fondo al giardino il vaso con l'alberello di mele che sarà tuo se mi aiuterai a risolvere un dubbio. Io ho un alberello simile che ora ha 17 meline rosse. Il tordo che vedi svolazzare qua attorno ne mangia 2 ogni giorno. Ogni 2 giorni però nasce una nuova melina. Riuscirà il tordo prima o poi a mangiare tutte le meline? Se sì in quanti giorni?

RISPOSTE

A) No, il tordo non ci riuscirà perché nascerà sempre una nuova melina.
B) Il tordo mangerà tutte le meline rosse in 21 giorni.
C) Il tordo mangerà tutte le meline rosse in 11 giorni.

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
Tra i giudici si è infiltrata la giudice Pattume che si fa chiamare Pat. È stata mandata in segreto da Lordura per fare in modo che Cora sbagli e non possa cambiare la situazione a Mesto. Pat si avvicina alla ragazzina. Le suggerisce la risposta errata. A Cora non sembra vero avere una soluzione senza dover né pensare, né eseguire calcoli. Peccato però che non sia la risposta corretta. Di conseguenza Cora non potrà ottenere nulla da portare a Mesto. Ma l'aspettano altre prove e la bambina è fiduciosa che potrà superarle.	Cora più che ascoltare la storia pensa a come poter combinare tra loro i numeri. Sono tre e questo, quasi sempre, le suggerisce che l'unica possibilità sia eseguire un'addizione con tre addendi. Non pensa nemmeno che sta sommando giorni e mele! I giudici sentono la risposta sbagliata, ma per incoraggiare Cora decidono di donarle una cassettina di mele rosse. Deciderà lei se mangiarle o portarle con sé e mostrarle ai suoi amici di Mesto che non ricordano com'è la frutta sana e matura. Potrà anche usane i semi per provare a far nascere un nuovo albero.	Cora non esegue operazioni, ma realizza un piccolo schema. Ricorda la sua maestra: le aveva suggerito che alcune volte questo sistema poteva rivelarsi un'alternativa valida all' esecuzione di operazioni. Disegna le mele, evidenzia man mano quelle mangiate dal tordo e i frutti nuovi che nascono dopo due giorni. Completato il disegno è facile per lei avere la giusta soluzione Tutti acclamano Cora per la sua risposta esatta. Eco le regala l'albero di meline rosse che sarà il primo simbolo di rinascita di Mesto

SECONDA PROVA

I cereali

Chicco si rivolge a Cora e le mostra alcuni sacchi di cereali che sono pronti per lei, se saprà fornire la risposta giusta.

Ci sono sacchi con 50.000 semi di grano, 20.000 semi di riso, 8.000 semi d'orzo, 3.200 semi d'avena e con semi di mais.
Quanti sono i semi di mais dell'ultimo sacco, considerato che i numeri dei chicchi di cereali sono tutti in proporzione tra loro?

RISPOSTE

A) Cora dice 1500.
B) Cora dice 1280.
C) Cora dice 1580.

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
Cora si emoziona. La intimoriscono tutte le persone che la guardano. Si chiede che considerazione abbiano di lei Eco, Chicco e gli altri giudici presenti. Teme di non poter aiutare i suoi amici di Mesto e così permette a tutte queste emozioni d'impadronirsi di lei. È preda delle sue paure che non lasciano spazio ai ragionamenti necessari per dare la risposta corretta. Chicco le si avvicina, la sollecita ad essere più tranquilla e, per incoraggiarla, le dona 5 sacchettini di cereali da 100 semi ognuno.	I cittadini sulla piazza di Arcobaleno sono abituati a risolvere i quesiti e comprendono subito che Cora ha fornito la risposta esatta, perché ha capito che ogni sacco contiene $\frac{2}{5}$ del numero dei semi del sacco precedente. Applaudono fragorosamente. Sono felici per lei e sono pronti ad aiutarla a portare a Mesto tutti i sacchi di semi che le donerà Chicco.	Cora, è presa dall'entusiasmo perché è convinta d'aver compreso subito il procedimento risolutivo. Le sembra inutile soffermarsi a ragionare sulla situazione che le ha presentato Chicco. Pensa: "Tanto ho già capito!" Nella fretta quindi non controlla nulla, né i dati, né la richiesta e conta, non considera, calcola, dimentica, riconta. Questo atteggiamento di certo non le è d'aiuto: fornisce la risposta errata e non guadagna nulla.

TERZA PROVA

I gigli e i tulipani

Fiorella si avvicina a Cora e le mostra dei bulbi:
- Ecco qua, questi sono 10 bulbi di gigli e tulipani bianchi e gialli.
I fiori bianchi sono tanti quanti i fiori gialli.
I gigli sono 3 bianchi e 4 gialli.
Quanti sono i bulbi di tulipani?
Se la tua risposta sarà corretta per ogni bulbo di tulipano e di giglio ti saranno donati altri 100 bulbi da portare nella tua Terra.

RISPOSTE

A) I bulbi di tulipani sono 3 (2 bianchi e 1 giallo).
B) I bulbi di tulipani sono 3 (1 bianco e 2 gialli).
C) I bulbi di tulipani sono 5 (3 bianchi e 2 gialli).

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
Ancora una volta Cora non esegue operazioni. Fa uno schema e indica con GB i gigli bianchi e con GG i gigli gialli, lo stesso fa con TB e TG per i tulipani. Diventa facilissimo per lei quindi rispondere esattamente. La giudice Fiorella, incantata dall'impegno di quella ragazzina, per darle un segno della sua stima, decide di aggiungere a quelli stabiliti anche altri 1000 bulbi di giacinti lilla con i quali abbellire e colorare ancora di più i giardini di Mesto che potrebbero diventare rinomati per i loro fiori.	Cora nemmeno inizia a calcolare. Bulbi bianchi, bulbi gialli? - Non so nemmeno come sono fatti i gigli! Dubita subito di potercela fare. Crede di non essere all'altezza ancora prima d'aver cercato di capire. Individua Pat e le chiede di suggerirle la risposta. La soluzione che le dà l'infiltrata di Lordura però è volutamente quella errata. Cora crede che Pat in fondo sia più brava di lei e, senza ragionare e verificare nulla, accetta il suggerimento. Purtroppo non ottiene niente.	Cora sfortunatamente sbaglia ancora i suoi calcoli. Può succedere anche quando ci si mette impegno, ma così non avrà alcun bulbo da portare con sé. Fiorella ha visto quanta solerzia ha messo Cora per cercare la soluzione, pur sbagliando. Osserva la ragazzina e pensa con dispiacere che dovrà tornare a Mesto senza alcun fiore. Ricorda che anche a lei era successo di non riuscire a risolvere qualche problema e, per consolarla, le regala molti semi di pratoline, sicura che allieteranno quel grigio paese.

QUARTA PROVA

La plastica da riciclare

Cora si stupisce nel sentire dal giudice Riciclo che la plastica, invece di essere abbandonata, può essere riciclata per creare nuovi oggetti. Il giudice le spiega:
- Con 1500 bottiglie di plastica si ottiene una nuova panchina;
con 1/10 delle bottiglie per la panchina si può ricavare una fioriera;
con 1/3 delle bottiglie per la fioriera si può ricavare una bella tuta da ginnastica.
Abbiamo qui per voi 31.500 bottiglie da riciclare.
Potete lavorarle per arredare un nuovo parco dove andare a giocare.
Dopo avere fatto 18 panchine potreste ottenere ancora delle fioriere e delle tute da ginnastica da far indossare ai bambini per praticare sport nel parco.
Se farete anche 20 fioriere, quante tute riuscirete a creare?

RISPOSTE

A) A Mesto potrebbero ottenere anche 50 tute da ginnastica.
B) Si potrà eseguire un calcolo solo dopo avere iniziato l'operazione di riciclo.
C) A Mesto potrebbero ottenere anche 30 tute da ginnastica.

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
Ancora una volta Cora dimostra di non avere fiducia nelle sue capacità. Avrebbe trovato però la soluzione esatta, quando tra la folla qualcuno alza un cartello con scritto 50. Cora, come sempre, pensa di non essere brava nella soluzione di situazioni problematiche. Crede che tutti gli altri siano migliori di lei. Cancella i suoi calcoli corretti, non esegue alcuna verifica e scrive 50. Con questo atteggiamento non avrà nemmeno una bottiglia di plastica da poter riutilizzare. Riciclo le regala però un libro che spiega come e perché riciclare i rifiuti.	La ragazzina non tenta nemmeno di capire quale sia la situazione. Pensa: - Quando hanno fatto le frazioni io ero assente e non le ho mai capite! Prova comunque subito ad eseguire dei calcoli, ma è confusa, distratta, sfiduciata. Ha davanti a sé un foglio pieno di operazioni e cancellature. Si perde in tutto quel disordine. Decide quindi che probabilmente non c'è una soluzione numerica. Impara però quello che nemmeno immaginava: la plastica non deve essere gettata, ma va riciclata.	Brava Cora! Con attenzione, concentrazione e cura nell'eseguire i calcoli, riesce a fornire la risposta esatta. Riciclo è così felice dell'atteggiamento e della risposta di Cora che chiede ad Eco che le siano regalate le panchine, le fioriere e le tute che ad Arcobaleno hanno già ottenuto dal riciclo. La folla presente, che fa il tifo per la ragazzina, convince inoltre Eco a darle ugualmente anche le bottiglie da riciclare che i cittadini di Mesto potranno usare come meglio credono.

QUINTA PROVA

Parole dell'ecologia

Giocosa si avvicina a Cora e le consegna questa pergamena

2 EOLICO
3 NATURA
4 BIOLOGICO
5 ECOSISTEMA
6 RINNOVABILE
7………………...

Le chiede di scegliere quale parola inserire per completare correttamente l'elenco, tra: SOSTENIBILE, BIODEGRADABILE, DISCARICA.
Cora è perplessa, chiede:
- Ma anche adesso dovrei contare?
La giudice Giocosa si allontana sorridendo e le risponde:
- Certo, qui ad Arcobaleno noi ci divertiamo così!
Aggiunge inoltre che la risposta esatta farà ottenere a Mesto i semi necessari per far crescere l'erba in tutti i prati.
Cora, guarda, pensa, confronta, conta e poi decide.

RISPOSTE

A) SOSTENIBILE.
B) BIODEGRADABILE.
C) DISCARICA.

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
Cora pensa che sia meglio togliersi il pensiero e dare la risposta in fretta piuttosto che stare a ragionare per un tempo che lei ritiene troppo inutilmente lungo. Considera che *sostenibile* sia la parola più “importante” rispetto alle altre due. Non prova nemmeno ad eseguire alcun calcolo. Purtroppo la sua fretta non le fa ottenere nulla. Giocosa è dispiaciuta ma le assicura che la farà accompagnare a Mesto da una persona preparata che spiegherà ai cittadini quali nuovi atteggiamenti responsabili dovranno tenere per imparare a tutelare l’ambiente e quindi a vivere meglio.	Risposta corretta! La matematica richiede fantasia! Con un po’ d’inventiva ancora una volta la soluzione è esatta. Senza avere fretta. Osservando e ragionando Cora pensa che nell’elenco che le ha fornito Giocosa i numeri, prima delle parole, abbiano un significato. Perché dunque una lista dovrebbe iniziare da 2? Grazie a questa attenta intuizione trova la chiave per la soluzione giusta: il numero che precede ogni parola è semplicemente la differenza tra il numero delle lettere che la compongono e quello delle vocali. Cora è fiera del suo lavoro che ha richiesto attenzione, intuito e creatività. È felice al pensiero che, in poco tempo, libereranno Mesto dall’immondizia per lasciare posto a prati ricoperti di verde tenera erbetta.	Questa volta non serve nemmeno un suggerimento scorretto. Pat è tranquilla, non interviene perché capisce che la ragazzina è in confusione e sbaglia da sola. Cora prova a contare il numero delle lettere delle parole, ma è molto disattenta e confusa. Si stanca. Senza un vero motivo si arrende e, chissà perché, decide che “discarica” sia la parola più adatta a completare l’elenco. Così non potrà avere i semi per i prati. Questo però non impedirà a lei e ai cittadini di Mesto di pulire ugualmente l’ambiente dai rifiuti e probabilmente la Natura, trovando terreno pulito e finalmente fertile, farà crescere spontaneamente nuova erba fresca.

SESTA PROVA

Gli ulivi

Eco mostra a Cora l'uliveto vicino al palazzo del Governo e le dice:
- Osserva gli alberi dell'uliveto che c'è alla tua destra: sono 300.
Le consegna poi un foglio con questo testo:

Avrai altrettanti ulivi per Mesto se saprai dirmi quanti Kg di ottimo olio riuscirete a ricavare da un uliveto simile a questo.
Devi sapere che per ottenere 15 Kg di olio serve in media 1 quintale di olive.
Ognuno di questi alberi produce in media 50 kg di olive.

RISPOSTE

A) A Mesto potrebbero produrre 2250 Kg di olio.
B) A Mesto potrebbero produrre 19500 Kg di olio.
C) A Mesto potrebbero produrre 750 Kg di olio.

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
È stato impegnativo, ma Cora ha trovato la soluzione corretta. È molto felice. Pensa al suo Paese che sarà sempre più verde. Ora però le sembra d'avere un novo problema: come farà a portare a Mesto 300 ulivi? Si chiede anche quali saranno le reazioni dei suoi concittadini e soprattutto di Lordura. Accetterà il cambiamento? Cora spera che l'aspettino giorni impegnativi, ma ricchi di speranza e buoni risultati.	Cora non ha ben capito che cosa vuol sapere da lei Fiorella e non trova il coraggio di chiederglielo. Considera: - Questo è un problema senza domanda! Non c'è nemmeno il punto interrogativo! Allora comincia ad agitarsi, prova però ad eseguire ugualmente alcuni conti. Il risultato le sembra un numero troppo alto, ma si giustifica: - È un uliveto tanto grande! Eco la vede molto avvilita e le sussurra che avrebbe potuto chiedere a lei chiarimenti su ciò che voleva sapere, perché non c'è nulla da vergognarsi ad ammettere di non avere capito e per consolarla le regala un ulivo.	Ancora una volta Cora se deve risolvere un problema con tanti numeri va in confusione. Invece di leggere il testo e cercare di comprendere quale sia la situazione che deve risolvere, mette la sua attenzione solo sui dati numerici e prova a capire in quale modo poterli combinare. Se sono tre o più numeri decide quasi sempre d'eseguire un'addizione; solo sei numeri sono due pensa che occorra eseguire una diversa operazione. L'hanno colpita soprattutto 15 kg di olio e 50 kg di olive e i due dati, in questo caso, le sembrano perfetti per una moltiplicazione.

SETTIMA PROVA

Le patate

Naturella mostra a Cora alcuni sacchi di patate di diverso tipo:
-Sono patate che potrete piantare. Vedi ci sono dei sacchi davanti a te.
Immagina di prendere 20 patate dal primo sacco, 40 dal secondo, 60 dal terzo e continuare così prendendo sempre 20 patate in più, rispetto a quante ne avevi pigliato nel precedente sacco.
Dopo avere preso le patate dall'ultimo sacco, procedi a ritroso prendendo nuovamente da ogni sacco tante patate quante ne avevi prese prima.
Quando avrai 1280 patate da quanti sacchi le avrai prese?

RISPOSTE

A) Cora avrà preso le patate da 16 sacchi.
B) Cora avrà preso le patate da 8 sacchi.
C) Cora pensa che manchino delle informazioni per poter fornire una risposta.

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
Cora ascolta distrattamente quanto le è proposto. Pensa: - Facile, sempre 20 in più e poi torno indietro. Cerca velocemente d'immaginare la situazione. Non ha ben chiaro che significhi "a ritroso", ma non vuole chiederlo a nessuno. Teme di fare una brutta figura. In poco tempo, 16 le sembra proprio la risposta esatta. Non fa però alcuna prova, alcuna verifica per avere la certezza d'aver risposto in modo corretto. Purtroppo questo atteggiamento non le farà guadagnare nulla.	Questa volta Cora teme d'essere in difficoltà. Tutte queste patate! Ma non si arrende! Dopo quello sforzo per arrivare ad Arcobaleno, le tante prove faticosamente superate, gli amici che l'aspettano, non le sembra proprio il caso di desistere. Ripensa alle parole di Naturella: "Dopo aver preso le patate dall'ultimo sacco..." Quindi capisce che dall'ultimo sacco deve prendere le patate una volta sola! Calcola, prova, ragiona e giunge alla giusta conclusione. Avranno un bel po' da fare per piantare così tante patate, ma che soddisfazione sarà poter fare il primo raccolto!	Cora si sente come avvolta dall' oscurità. A volte può succedere che nonostante l'impegno, l'attenzione e la grande buona volontà non si riesca a capire la situazione e trovare la risposta giusta. A scuola le hanno raccontato che è successo che anche Grandi Matematici si siano trovati in difficoltà e che addirittura ci sono problemi che ancora nessuno studioso di matematica è riuscito a risolvere, dopo centinaia di anni. Cora quasi sorride, saranno problemi più complicati, ma si sente in buona compagnia. Con coraggio si rivolge a Naturella e le dice chiaramente che non è capace di trovare la soluzione. Naturella apprezza il suo coraggio e la sua sincerità, così le dona ugualmente 500 patate.

OTTAVA, UTIMA PROVA

La successione

Finalmente arriva la prova finale!
Eco consegna a Cora questa pergamena

2, 10, 12, 17, 18, 19, 200, .?.

Le chiede di scrivere il numero che può essere inserito al posto del punto interrogativo.
Eco vede Cora proprio stanca e allora la incoraggia:
- Non preoccuparti, è una prova che richiede attenzione, ma come spesso succede anche fantasia, estro e immaginazione.
Posso darti un suggerimento: scrivi in lettere i numeri della successione…forse potrà esserti d'aiuto.

RISPOSTE

A) Va inserito 300
B) Va inserito 302
C) Va inserito 201.

RISPOSTA A	RISPOSTA B	RISPOSTA C
Cora continua a pensare che la matematica non sia proprio per lei ad è piuttosto presa a commiserarsi, anziché cercare una soluzione: - Ma ancora un'altra prova, non bastavano quelle di prima? Se vogliono aiutarmi che mi aiutino, ma perché tutte queste domande? Se mi avessero chiesto i verbi avrei saputo rispondere meglio. Sono proprio sfortunata, nessuno mi capisce… Tutta questa catena di lamentazioni non è d'aiuto e, non si sa come, ma giunge alla conclusione errata.	La ragazzina in molti modi prova a trovare la risposta esatta. Somma, sottrae, esegue alcuni calcoli, ma con superficialità dimentica di seguire il suggerimento di Eco. In fin dei conti però pensa che non le hanno nemmeno spiegato che cosa potrà ottenere fornendo la risposta esatta e questo la convince a mettere meno impegno nell'elaborare la soluzione. Perché sforzarsi per nulla?	Cora segue il consiglio di Eco e scrive: **D**ue, **D**ieci, **D**odici, **D**iciassette, **D**iciotto, **D**iciannove, **D**uecento. La soluzione è immediatamente a portata di mano: sono in successione i numeri il cui nome inizia con la lettera D. Tra gli applausi del pubblico Eco le comunica che, grazie alla sua soluzione corretta, sarà accompagnata a Mesto da un folto gruppo d'esperti, consulenti, specialisti che guideranno lei e la popolazione di Mesto a migliorare il territorio, sconfiggere l'inquinamento e il degrado che avvelenano l'ambiente.

Cara lettrice, caro lettore,
tu e Cora non avete più prove da superare. Avete svolto un lavoro impegnativo. Non deve essere stato sempre semplice.
Rileggi ora il percorso che tu hai determinato con le tue risposte.
In base a ciò che di volta in volta hai deciso, ora puoi scrivere qui la **tua storia** e la sua conclusione.
Che cosa succede ora a Cora?
Come ti sono sembrati i problemi da risolvere, perché?
Come giudichi il tuo atteggiamento, le tue risposte?

Cora ed io abbiamo terminato le prove

*Hai concluso la **tua** storia.*
Se sei arrivato fino a qui hai certamente voglia di metterti in gioco e d'accogliere le sfide, quindi prima di tutto "bravo" per avere accettato ed avere avuto il coraggio di metterti alla prova.
Che cosa pensi del tuo percorso?
Sei avvilito perché le tue risposte sono state troppe volte non corrette e non sei stato di grande aiuto per Cora?
Oppure hai la sensazione di soddisfazione, orgoglio, felicità che avvertiamo tutti ogni volta che riusciamo a superare un ostacolo da soli o con i compagni?
Qualunque sia stato il tuo percorso sappi che hai cambiato la vita di Cora e di Mesto.
La ragazzina ritorna al suo Paese carica di alberi, fiori e semi o forse senza moltissimo materiale per far rinascere quei luoghi, ma, grazie a te che hai accettato di aiutarla, si sente più forte, coraggiosa e riesce anche lei a dire, come Nelson Mandela (premio Nobel per la pace 1993), che se non ha vinto, di certo ha imparato molto. L'importante è saper mettere a frutto ciò che s'impara anche dai propri sbagli.
Con l'aiuto di un amico, di un'amica, un parente o un insegnante cerca d'analizzare gli errori che hai commesso.
Ad esempio:
ancor prima di leggere il testo pensi "Tanto io non ce la farò mai?"
Quando leggi la storia, hai difficoltà ad immaginare la situazione descritta?
Ci son parole nel testo delle quali spesso non comprendi il significato?

Soffermi la tua attenzione principalmente sui numeri?
Valuti se il risultato che ottieni può apparire coerente con la domanda? …
Fai tesoro di quest'analisi per avere un atteggiamento vincente nelle prossime occasioni.
È il momento di cambiare il modo d'affrontare le situazioni problematiche che ti presenta la vita quotidiana e anche quelle che ti propongono a scuola.
In qualsiasi modo tu abbia risposto oggi,

di certo non hai perso!

Autrice: Laura Prosdocimi

DIALOGO CON UNA FORMULA D'ALTRI TEMPI

Direttore Quando i miei collaboratori mi hanno annunciato una visita fuori dal comune credevo che volessero scherzare invece sono davvero stupito di questa sua presenza qui. Chi è lei e cosa vuole dalla nostra casa editrice?

Formula Buongiorno direttore, come può ben vedere sono una... signora. Una signora formula. Come signora non dovrei rivelare l'età ma non le nascondo di aver fatto il mio tempo. Ormai, così come mi vede, posso essere ricordata esclusivamente per motivi storici. Nei moderni trattati, ma già dalla seconda metà dell'ottocento, nessuno più mi considera.

Direttore Questo mi dispiace ma non vedo cosa potrei fare per lei.

Formula Potrebbe raccontare la mia storia.

Direttore Mi dispiace ma temo che i nostri lettori aborriscano voi formule. Lei forse è un'eccezione, è una formula parlante, le sue colleghe invece stanno lì mute e incomprensibili ai più. E non pochi temono persino di doversele imparare a memoria come "quattro terzi pi greco erre tre".Non vorrà mica che i nostri lettori si sentano minacciati Per questo le formule vengono pubblicate in libri tecnico scientifici dove i lettori sanno perfettamente ciò che troveranno. Le consiglio di rivolgersi ad una casa editrice specializzata in questo specifico settore.

Formula Veramente io pensavo a qualcosa di divulgativo proprio per cercare di abbattere tutti i pregiudizi che ci sono nei confronti di noi formule. Questi infatti limitano la nostra libertà espressiva e ci costringono a non uscire, se non in casi eccezionali, dai nostri ghetti. Pur di evitare la nostra presenza si preferisce sostituirci con frasi difficilmente comprensibili molto lunghe e, quel che è peggio, spesso variamente interpretabili.

Direttore Sono i lettori che vogliono essere confortati dall'assenza di formule quando vogliono informarsi su argomenti scientifici.

Formula Non crede che le scelte editoriali dovrebbero servire anche ad educare i lettori? Magari con qualche formula ben spiegata. Anche la storia potrebbe aiutare. L'algebra retorica, l'algebra raccontata a parole, fallì nel sedicesimo secolo. Servirono molti versi a Niccolò Fontana detto il Tartaglia, quello del famoso triangolo aritmetico che in Italia porta il suo nome, per spiegare come risolvere le equazioni di terzo grado di cui era fiero di aver trovato quella soluzione sfuggita agli antichi greci.

> Quando che 'l cubo con le cose appresso
> se agguaglia a qualche numero discreto
> trovan dui altri differenti in esso.
> ...

Seguono ancora una ventina di versi[1] e sarei proprio curiosa di conoscere anche un solo lettore che si possa giovare, nella sua comprensione di queste equazioni, dell'assenza di una formula a favore di questi versi pur scritti con una notevole arte.

Direttore Mi mette in difficoltà. Ammetto il fatto che le formule in genere subiscano discriminazioni. E anche che la divulgazione della matematica e della sua storia possano lasciare a desiderare. Questo però mi sembra difficilmente evitabile. Ci sono leggi di mercato... Comunque mi ha incuriosito. Potrebbe spiegarmi nel modo più chiaro possibile la sua identità?

Formula Certo, sono una formula ormai quasi del tutto dimenticata ma sono servita in passato per calcolare i numeri di Bernoulli. E anche se ora in questa veste non sono più di moda da quasi due secoli, il tempo non ha potuto e non potrà mai diminuire le mie capacità.

Direttore I numeri di Bernoulli? Mai sentiti. Bernoulli invece mi pare di averlo sentito. Era forse un fisico?

Formula Quella dei Bernoulli fu una famiglia che diede un grosso contributo alla scienza non solo in matematica ma anche in Fisica e perfino in Botanica. Ebbe, nell'arco di un secolo e mezzo, una decina di esponenti di gran rilievo. Per questo anche un asteroide della fascia tra Marte e Giove :" 2034 Bernoulli" porta quel cognome. E anche un cratere lunare. La famiglia era originaria di Anversa ma si rifugiò a Basilea per sfuggire al massacro degli Ugonotti messo in atto dai Cattolici. Jacob Bernoulli (Basilea 1654 - Basilea 1705) fu il primo della "dinastia". Il suo libro "Ars Conjectandi" fu pubblicato postumo dal fratello nel 1713. Il libro fece conoscere al mondo una meravigliosa formula.

Direttore Un'altra formula?

Formula Ultimamente ho fatto delle ricerche genealogiche e ho scoperto di discendere direttamente da lei. È la mia genitrice! Del resto le somiglio non poco. Guardi qui, - presentando due documenti - il primo mi rappresenta,

[1] Tartaglias poem

sono proprio io giovane come fui pubblicata e utilizzata in una famosa "nota G" di cui poi le parlerò, in cui veniva presentato, nel lontano 1842 se non sbaglio, con notevole anticipo sui tempi, il primo programma per elaboratore della storia, il secondo è una copia di una pagina dell'Ars Conjectandi di Jacob Bernoulli [2]. Lei non nota una certa somiglianza?

$$\left.\begin{array}{l} 0 = -\frac{1}{2}\cdot\frac{2n-1}{2n+1} + \mathrm{B}_1\left(\frac{2n}{2}\right) + \mathrm{B}_3\left(\frac{2n\cdot(2n-1)\cdot(2n-2)}{2\cdot3\cdot4}\right) + \\ \quad +\mathrm{B}_5\left(\frac{2n\cdot(2n-1)\ldots(2n-4)}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}\right) + \cdots + \mathrm{B}_{2n-1} \end{array}\right\}$$

Figura 1: La formula come pubblicata nella "nota G" [5]

Direttore Vediamo... Sì, lei la riconosco anche se mi pare che i numeri di quelle "B" siano diversi...

Formula Ha ragione, ma non sono io ad essere cambiata sono le convenzioni attuali ad averlo fatto. Io mi sono dovuta adeguare. Jacob indicò con A, B, C ... quella straordinaria sequenza numerica a cui dopo la sua morte fu assegnato il suo cognome. Questo, come può facilmente constatare, risulta chiaramente in fondo alla pagina che le ho mostrato. Questa sequenza numerica però è infinita mentre l'alfabeto presto esaurisce i suoi simboli. Sembrò molto meglio quindi etichettare quei numeri con l'iniziale bernoulliana seguita da un numero progressivo. Dunque ai tempi di quella mia pubblicazione quegli stessi numeri erano chiamati B_1,B_3,B_5 ...

Direttore Invece oggi non è più così?

Formula No. Sono stati aggiunti due numeri all'inizio della sequenza che Bernoulli non aveva considerato.

Direttore Quindi due numeri di Bernoulli che non sono suoi.

Formula In un certo senso è paradossale ma è stato fatto per motivi di ... comodità. Perché così le proprietà di questi numeri vengono espresse in modo più semplice. Del resto nello studio della matematica attraverso i secoli questi numeri sono comparsi inattesi anche in problemi molto diversi da quello attraverso il quale erano stati scoperti. Ora si indicano con B_0, B_1, B_2 ... Dunque sono stata costretta ad aggiornarmi e i miei B_1, B_3, B_5 ... sono dovuti diventare B_2, B_4, B_6... Ma è solo una questione di nomi. La sostanza non è mutata.

Direttore Ho capito gli indici dispari sono diventati pari ma perché saltare degli indici? Non dovrebbe essere: B_0, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5...

Formula Infatti è proprio così ma, siccome si dimostra che da B_3 in poi tutti i numeri con indice dispari valgono zero, a volte vengono omessi.

Direttore Sto vedendo la pagina, ho trovato in fondo i valori di A, B, C, D... che ora vengono indicati con B_2, B_4, B_6, B_8... ma è un testo in latino!

... Atque si porrò ad altiores gradatim potestates pergere, levique negotio sequentem adornare laterculum licet :

Summae Potestatum

$$\int n = \tfrac{1}{2}nn + \tfrac{1}{2}n$$
$$\int nn = \tfrac{1}{3}n^3 + \tfrac{1}{2}nn + \tfrac{1}{6}n$$
$$\int n^3 = \tfrac{1}{4}n^4 + \tfrac{1}{2}n^3 + \tfrac{1}{4}nn$$
$$\int n^4 = \tfrac{1}{5}n^5 + \tfrac{1}{2}n^4 + \tfrac{1}{3}n^3 - \tfrac{1}{30}n$$
$$\int n^5 = \tfrac{1}{6}n^6 + \tfrac{1}{2}n^5 + \tfrac{5}{12}n^4 - \tfrac{1}{12}nn$$
$$\int n^6 = \tfrac{1}{7}n^7 + \tfrac{1}{2}n^6 + \tfrac{1}{2}n^5 - \tfrac{1}{6}n^3 + \tfrac{1}{42}n \qquad -\frac{3}{20}$$
$$\int n^7 = \tfrac{1}{8}n^8 + \tfrac{1}{2}n^7 + \tfrac{7}{12}n^6 - \tfrac{7}{24}n^4 + \tfrac{1}{12}nn$$
$$\int n^8 = \tfrac{1}{9}n^9 + \tfrac{1}{2}n^8 + \tfrac{2}{3}n^7 - \tfrac{7}{15}n^5 + \tfrac{2}{9}n^3 - \tfrac{1}{30}n$$
$$\int n^9 = \tfrac{1}{10}n^{10} + \tfrac{1}{2}n^9 + \tfrac{3}{4}n^8 - \tfrac{7}{10}n^6 + \tfrac{1}{2}n^4 - \tfrac{1}{12}nn$$
$$\int n^{10} = \tfrac{1}{11}n^{11} + \tfrac{1}{2}n^{10} + \tfrac{5}{6}n^9 - 1n^7 + 1n^5 - \tfrac{1}{2}n^3 + \tfrac{5}{66}n$$

Quin imò qui legem progressionis inibi attentuis ensperexit, eundem etiam continuare poterit absque his ratiociniorum ambabimus : Sumtâ enim c pro potestatis cujuslibet exponente, fit summa omnium n^c seu

$$\int n^c = \frac{1}{c+1}n^{c+1} + \frac{1}{2}n^c + \frac{c}{2}An^{c-1} + \frac{c\cdot c-1\cdot c-2}{2\cdot 3\cdot 4}Bn^{c-3}$$
$$+\frac{c\cdot c-1\cdot c-2\cdot c-3\cdot c-4}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}Cn^{c-5}$$
$$+\frac{c\cdot c-1\cdot c-2\cdot c-3\cdot c-4\cdot c-5\cdot c-6}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}Dn^{c-7}\cdots \text{\& ita deinceps,}$$

exponentem potestatis ipsius n continué minuendo binario, quosque perveniatur ad n vel nn. Literae capitales A, B, C, D & c. ordine denotant coëfficientes ultimorum terminorum pro $\int nn$, $\int n^4$, $\int n^6$, $\int n^8$, & c. nempe

$$A = \frac{1}{6}, B = -\frac{1}{30}, C = \frac{1}{42}, D = -\frac{1}{30}.$$

Figura 2: La formula rivelata é a pag. 97 di “Ars conjectandi”. [2]

Formula Sì. In quei tempi il latino era lingua internazionale adottata dagli scienziati. Anche Newton per esempio pubblicò in latino le sue rivoluzionarie scoperte.

Direttore A scuola ero bravo in latino e anche in matematica ma ormai ricordo molto poco. Individuo anche strani segni che, se le mie reminiscenze scolastiche non mi tradiscono, dovrebbero essere degli integrali.

Formula Gli integrali sono pur sempre somme anche se di infiniti addendi infinitesimali (cioè diciamo pure infinitamente piccoli) ma qui l’analisi matematica non c’entra nulla. Più semplicemente quei segni che a ben vedere sono delle esse deformate indicano somme. Oggi allo stesso scopo useremmo sigma, la esse dell’alfabeto greco, per cui potremmo scrivere:

$$\sum n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$\sum nn = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$
$$\sum n^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$$
$$\sum n^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4$$

e che potrebbe leggersi somme di interi consecutivi della potenza indicata fino al termine indicato. Ho detto potrebbe perché in realtà oggi i matematici preferiscono scrivere la stessa cosa così:

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$$
$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$$
$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4$$

in questo modo viene descritto in funzione di un simbolo indicato con k, o se si preferisce con qualsiasi altra lettera (distinta da n), il generico addendo. I vari addendi si ottengono sostituendo al posto di k valori successivi che vanno da 1 fino a n. Ecco anche qualche esempio numerico:

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=1}^{4} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 1 + 4 + 9 + 16 = 30$$

$$\sum_{k=1}^{2} k^3 = 1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9$$

$$\sum_{k=1}^{1} k^4 = 1^4 = 1$$

Direttore Ho capito, ho capito, dunque Bernoulli considera le sue somme di potenze (Summae potestatum) fino alla decima potenza. Però uguaglia queste somme a dei polinomi di grado crescente.

Formula Infatti. Questi polinomi

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{1}{5}n^5 + \frac{1}{2}n^4 + \frac{1}{3}n^2 - \frac{1}{30}n$$

corrispondono ad un modo alternativo di calcolare quelle somme. Per esempio con i precedenti esempi si trova facilmente:

$$\sum_{k=1}^{5} k = \frac{1}{2}5^2 + \frac{1}{2}5 = \frac{30}{2} = 15$$

$$\sum_{k=1}^{4} k^2 = \frac{1}{3}4^3 + \frac{1}{2}4^2 + \frac{1}{6}4 = \frac{180}{6} = 30$$

$$\sum_{k=1}^{2} k^3 = \frac{1}{4}2^4 + \frac{1}{2}2^3 + \frac{1}{4}2^2 = \frac{36}{4} = 9$$

$$\sum_{k=1}^{1} k^4 = \frac{1}{5}1^5 + \frac{1}{2}1^4 + \frac{1}{3}1^2 - \frac{1}{30}1 = \frac{30}{30} = 1$$

Direttore Negli esempi scelti i polinomi sembrano complicare invece che semplificare il lavoro.

Formula Solo perché i valori scelti per n sono molto piccoli. Al crescere di n diventa assai più conveniente calcolare i risultati mediante i polinomi. Jacob Bernoulli stesso racconta di aver potuto calcolare, grazie al polinomio, questo numero enorme in meno di otto minuti! [2]

$$\sum_{k=1}^{1000} k^{10} = 91409924241424243424241924242500$$

[2] [2] pag. 98 "intra semi-qudrantem horae"

Direttore Strano questo enorme numero con parziale ripetizione di 24. Credo che avrei qualche difficoltà a controllarne la correttezza anche con i nostri potenti personal computer. . .

Formula Allora le racconterò di un giovanissimo allievo di otto anni in una scuola tedesca della fine del diciottesimo secolo. La classe era dotata di piccole lavagne personali e il maestro per tenerla occupata nella sua ora diede il compito di sommare i numeri interi da 1 fino a 100. La classe si mise diligentemente al lavoro mentre il maestro in attesa si dedicava ad altro. Un solo alunno, di nome Carl, consegnò immediatamente il suo compito, gli altri passarono l'ora a far somme su somme prima di consegnare a loro volta. Alla fine però, sorprendentemente, un solo compito risultò svolto correttamente e fu proprio quello del giovane e promettente Carl [3].

Direttore Come ha fatto? Forse conosceva la scorciatoia e ha calcolato a mente il polinomio di secondo grado?

Formula Forse, ma mi pare difficile che la conoscesse a quell'età. Non è neanche detto che la conoscesse il suo maestro elementare o forse la teneva solo per sé per far esercitare meccanicamente i suoi allievi e poter poi controllare agevolmente la correttezza del risultato. Le somme di interi successivi (a potenza uno) sono i famosi numeri triangolari (1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36. . .) ben conosciuti e studiati già al tempo di Pitagora. Può darsi che sia stata proprio l'idea del calcolo dell'area del triangolo ad aver colpito e guidato il piccolo. La somma da 1 a 100 può visualizzarsi come un istogramma, una serie di barre una accanto all'altra con altezze crescenti da 1 via via fino a 100. Proprio come nel caso del triangolo basta ruotare con l'immaginazio-ne una copia dell'istogramma stesso e aggiungerlo, sottosopra, all'originale per avere una figura più facile da calcolare. Con il proseguimento delle bar-re crescenti con quelle decrescenti capovolte si ottengono 100 altezze tutte uguali: $100 + 1 = 99 + 2 = 98 + 3 = ...$ Ora il conto totale è immediato $101 * 100 = 10100$ ma il risultato è il doppio di ciò che serviva. Dunque va dimezzato: 5050. Proprio il numero scritto dal piccolo sulla sua lavagnetta.

Direttore Niente polinomio in questo caso, allora?

Formula Possiamo anche dire che si è servito di quel polinomio prima ancora di aver studiato l'algebra. Infatti se generalizziamo con un qualsiasi n i conti fatti:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

Direttore Bene, bene. Ma solo ora sto notando la sua genitrice. È sviluppata su tre righe nella seconda metà della pagina. Esprime un generico

[3]Carl Friedric Gauss (Brownschweig 1777 - Gottinga 1855) diventerà un grande matematico, fisico e astronomo.

polinomio dopo i dieci già riportati. Qualche somiglianza la noto, mi pare che abbiate molti denominatori in comune. Però mi faccia vedere se ho ben capito a cosa serve. Con c=11 dovrei ottenere il polinomio che continua la serie.

Formula Se si vuole capire una di noi formule la cosa migliore è assumere un atteggiamento attivo, per esempio provando il nostro funzionamento in semplici casi concreti, senza dimenticare, quando possibile, le necessarie verifiche.

Direttore Mi ha incuriosito. Ora prendo una matita e provo a vedere cosa viene. Ultimamente mi sono esercitato con le frazioni aiutando mio figlio che fa le scuole medie a fare i compiti. Mi metterò alla prova.

Formula Benissimo. Attenzione a quei prodotti a numeratore come $c{\cdot}c - 1{\cdot}c - 2$ che sottintendono le parentesi. Oggi verrebbero scritte così $c(c-1)(c-2)$.

-Poco dopo-

Direttore Ecco ho seguito tutta la formula fino ai puntini.

$$\sum_{k=1}^{n} k^{11} = \frac{1}{12}n^{12} + \frac{1}{2}n^{11} + \frac{11}{12}n^{10} - \frac{11}{8}n^{8} + \frac{11}{6}n^{6} + ...$$

Calcoli e semplificazioni non sono difficili. Ora mi mancano due monomi di quarto e di secondo grado. Immagino di dover continuare aumentando due fattori a numeratore e due a denominatore come è stato finora.

Formula Perfetto c'è solo da tener presente $B_{10} = \frac{5}{66}$ coefficiente del monomio di primo grado del polinomio di decimo.

-Infine-

$$\sum_{k=1}^{n} k^{11} = \frac{1}{12}n^{12} + \frac{1}{2}n^{11} + \frac{11}{12}n^{10} - \frac{11}{8}n^{8} + \frac{11}{6}n^{6} - \frac{11}{8}n^{4} + \frac{5}{12}n^{2}$$

Direttore Ecco tutto il polinomio. Ho controllato più volte. Mi sembra corretto.

Formula Anche a me sembra corretto. Ma possiamo verificare.

Direttore Come?

Formula La formula figlia che ha ottenuto vale per $n = 1, 2, 3, 4\dots$ dunque si potrebbero fare infinite prove. La più semplice è per n=1. La sommatoria con un solo termine deve essere 1. Proviamo:

$$\sum_{k=1}^{1} k^{11} = \frac{1}{12}+\frac{1}{2}+\frac{11}{12}-\frac{11}{8}+\frac{11}{6}-\frac{11}{8}+\frac{5}{12} = \frac{2+12+22-33+44-33+10}{24} = 1$$

Confermato. Complimenti.

Direttore Grazie, grazie. È stato divertente capire questa vecchia formula. Anche se il suo funzionamento rimane un po' misterioso.

Formula La dimostrazione, anzi le dimostrazioni perché ce ne sono diverse, sono più complesse e ora sarebbero premature. Del resto neppure Jacob Bernoulli poté dimostrare la sua formula.

Direttore Bene. Ma la formula che ho ottenuto, quel polinomio di dodicesimo grado che calcola la somma delle undicesime potenze degli interi successivi è in qualche modo figlia della formula di Bernoulli. Non sarete mica sorelle?

Formula Sì, sì in un certo senso lo siamo anche se non ci somigliamo. Anche io sono un caso particolare della formula rivelata in "Ars Conjectandi". Sono quel che si ottiene nel caso semplice in cui n=1.

Direttore Il caso $n = 1$? Proprio quello che ci è servito a verificare il mio polinomio?

Formula Sì, ma in un caso più generale. Ecco qui cosa si ottiene in quella famosa formula nel caso particolare $n = 1$:

$$1 = \frac{1}{c+1} + \frac{1}{2} + \frac{c}{2}B_2 + \frac{c(c-1)(c-2)}{2{\cdot}3{\cdot}4}B_4 + \frac{c(c-1)(c-2)(c-3)(c-4)}{2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5{\cdot}6}B_6 + \dots$$

$$0 = \frac{1}{c+1} - \frac{1}{2} + \frac{c}{2}B_2 + \dots$$

Nel secondo passaggio si è sottratto 1 ai due membri dell'equazione. Continuando con la messa in evidenza, ossia con la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma, abbiamo:

$$0 = -\frac{1}{2}(\frac{-2}{c+1} + 1) + \frac{c}{2}B_2 + \dots$$

$$0 = -\frac{1}{2}\frac{c-1}{c+1} + \frac{c}{2}B_2 + \dots$$

Ora per arrivare proprio alla veste con cui fui presentata dalla Contessa nella sua pubblicazione:

Oh no! Mi scusi direttore questa è la veste che la Contessa scelse per sé in quell'occasione non quella con cui presentò me. Per la mia, al punto in cui siamo arrivati basta sostituire c con 2n, indicante un generico numero pari, per ottenere:

$$0 = -\frac{1}{2}\frac{c-1}{c+1} + \frac{c}{2}B_2 + \frac{c(c-1)(c-2)}{2{\cdot}3{\cdot}4}B_4 + \frac{c(c-1)(c-2)(c-3)(c-4)}{2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5{\cdot}6}B_6 + \cdots + B_{2n}$$

Infine se vogliamo essere precisi tenendo conto del modo di esprimere i nostri numeri in quel tempo, eccomi proprio con quella precisa veste storica:

$$0 = -\frac{1}{2}\frac{c-1}{c+1} + \frac{c}{2}B_1 + \frac{c(c-1)(c-2)}{2{\cdot}3{\cdot}4}B_3 + \frac{c(c-1)(c-2)(c-3)(c-4)}{2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5{\cdot}6}B_5 + \cdots + B_{2n-1}$$

Gli indici dispari sono quelli che si usavano in quei tempi, l'ordine dei fattori invertito in ogni addendo non ne cambia il risultato... -mentre si commuove - mi scusi direttore quel mio vestito non sarà splendido come quello della Contessa ma sono assai sensibile a questi ricordi...

Direttore Su, su! Non faccia così. Ma mi dica, chi era questa contessa?

Formula Ada Augusta Byron, figlia legittima del famoso poeta romantico e di Annabella Millbanke, appassionata cultrice di matematica. Nata a Londra nel 1815, crebbe allevata solo dalla madre che le diede un'ottima educazione indirizzandola verso lo studio della matematica. A venti anni sposò William King-Noel che le diede tre figli oltre al titolo di contessa di Lovelace. Morirà a soli trentasei anni la stessa età che fu fatale al padre che non vide mai. Sì, è lei la valente matematica, la giovane visionaria affascinata dalle potenzialità delle nuove tecnologie che scrisse il primo programma della storia dell'informatica quando l'informatica ancora non esisteva! Suonava magnificamente arpa e piano, era un' incantatrice di numeri e di formule. Da anni collaborava con un altro eccezionale visionario, Charles Babbage che aveva progettato niente meno che un computer meccanico, la macchina analitica. Una macchina che per motivi economici non fu mai costruita se non recentemente, in parte, per il museo della scienza di Londra.

Direttore Un personaggio molto interessante e assai fuori del comune. Come vi siete conosciute?

Formula Ci conoscemmo quando insieme ad altre due amiche che, come me, erano in grado di calcolare i numeri di Bernoulli eravamo in competizione per un posto in quel primo programma che la giovane contessa aveva in mente di realizzare. Non che fossimo già consapevoli del momento storico che stavamo vivendo ma in qualche modo eravamo soggiogate dal fascino della nostra incantatrice e desideravamo intensamente essere scelte. Ci studiò e ci comparò con molta cura. Alla fine la scelta cadde su di me. Ringraziò gentilmente tutte e tre per la nostra gentile collaborazione e per aver arricchito le sue conoscenze matematiche. Spiegò di aver scelto in base alle esigenze della macchina la cui potenzialità doveva essere collaudata con il programma che avrebbe scritto. Mi dispiacque per le mie amiche che comunque ebbero l'onore di essere menzionate nei suoi scritti ma fui davvero felice di quella scelta.

Direttore Davvero interessante ma prima di proseguire nel suo racconto vorrei capire una cosa. In che modo lei è in grado di calcolare questi numeri di Bernoulli?

Formula In modo ricorsivo. Al crescere di n aumentano le "B" della mia formula. Dunque basta sostituirvi tutti i numeri precedentemente trovati per trovare il nuovo, l'ultimo addendo, considerato come incognita dell'equazione.

Direttore Vediamo nel nostro caso siamo arrivati a conoscere $B_{10} = \frac{5}{66}$ poi $B_{11} = 0$ dobbiamo trovare B_{12}. Questo compare come ultimo addendo quando $n = 6$ e $2n = 12$. Mi faccia provare. -poco dopo, riempito un intero foglio con non poche moltiplicazioni e divisioni ordinate con cura- Devo aver sbagliato qualcosa mi viene $B_{12} = -\frac{691}{2730}$ che non si semplifica. Mi pare strano. Deve esserci un errore.

Formula Assolutamente corretto invece, complimenti! Non si aspettava così presto un numero con tante cifre a numeratore e a denominatore? Pensi che il prossimo invece sarà semplicemente $B_{14} = \frac{7}{6}$.

Direttore Lei li ricorda a memoria! Ma come avrei potuto controllare altrimenti?

Formula Sì, ho buona memoria ma non li posso certo ricordare tutti. Sono infiniti e dopo un po' le cifre da ricordare anche di un solo numero sono davvero troppe. Per controllare le rivelerò una bellissima proprietà scoperta, proprio ai tempi della contessa, indipendentemente, da due matematici Clausen e Staudt. Una sorprendente proprietà dei denominatori, di questi numeri.

Direttore Solo dei denominatori?

Formula Sì, sì, per fortuna. Altrimenti sarei diventata del tutto inutile. Quel 2730, denominatore di B_{12}, è il prodotto $2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}7{\cdot}13$.

Direttore Vero l'avevo scomposto ma non mi è servito a semplificare perché 691, il numeratore, dovrebbe essere un numero primo e comunque non contiene di quei fattori.

Formula Per trovare quel denominatore per altra via e quindi verificare, avrebbe potuto seguire il seguente algoritmo:

1. scrivere quello che i matematici chiamano il fattoriale del numero successivo all'indice

2. cancellare tutti i fattori non corrispondenti a numeri primi cioè con qualche divisore non banale. (Per esempio usando il crivello di Eratostene)

3. cancellare tutti i numeri primi residui tali che il loro predecessore non divide l'indice del numero in questione

Per esempio con B_{12} si parte dal fattoriale di 13 (13!): $2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5{\cdot}6{\cdot}7{\cdot}8{\cdot}9{\cdot}10{\cdot}11{\cdot}12{\cdot}13$ Usiamo detto crivello (anche se superfluo finché non si hanno effettive difficoltà nel riconoscere numeri primi incontrati). Partiamo da 2 che manteniamo cancellando però tutti i suoi multipli: $2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}7{\cdot}9{\cdot}11{\cdot}13$ poi arriviamo al 3 che pure manteniamo cancellando i suoi multipli: $2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}7{\cdot}11{\cdot}13$ proseguendo fino al 13 la stringa rimane immutata. In questo modo sono rimasti solo i fattori primi, divisibili solo per se stessi e per l'unità. I predecessori di questi numeri sono rispettivamente: 1,2,4,6,10,12 di questi l'unico a non essere divisore dell'indice 12 è 10 dunque il suo successore 11 va escluso e rimane: $2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}7{\cdot}13 = 2730$

Direttore Provo subito con B_{14}: salto il crivello dato che non ho alcuna difficoltà a riconoscere numeri primi così piccoli. 15 è $3{\cdot}5$ Dunque i fattori primi sono: $5{\cdot}7{\cdot}11{\cdot}13$ proprio come prima ma questa volta solo i predecessori dei primi due dividono 14 quindi rimane: $2{\cdot}3 = 6$ un metodo velocissimo! Provo con B_{16} $2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}7{\cdot}11{\cdot}13{\cdot}17$ i predecessori: 1,2,4,6,10,12,16 dunque essendo i primi tre e l'ultimo divisori di 16 abbiamo: $2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}17 = 510$. Magnifico si può fare velocemente anche a mente!

Formula Ci sarebbe molto altro da raccontare su questi numeri che incantarono anche la contessa incantatrice. Ora però vorrei tornare alla pubblicazione della contessa che mi vide protagonista. Era l'inverno del 1843 la contessa stava traducendo dal francese un saggio di Luigi Manebrea sulla macchina di Babbage che era stato pubblicato a Ginevra l'anno precedente [5] e stava arricchendo quel testo con le sue sette note, A,B,C...

Direttore Con la musica? A, B, C . . . dovrebbero nei paesi anglo-sassoni corrispondere a Do, Re, Mi. . .

Formula No, no, la musica questa volta non c'entra. Almeno che io sappia. Anche se la contessa era ben consapevole che quella macchina programmabile avrebbe potuto fare molto altro, oltre i calcoli matematici, musica compresa. Quelle note indicavano testi di approfondimento che alla fine superarono in ampiezza il testo tradotto. Li indicò con le prime sette lettere dell'alfabeto. L'ultima, la nota G, è dedicata al programma di collaudo. In quel testo, dopo un accenno anche alle mie due amiche, vengo presentata. Nessun cenno sulla mia discendenza dalla famosa formula di Bernoulli. Forse perché Bernoulli non poté dimostrare la formula che rivelò. Fatto sta che la contessa che di genealogie se ne intendeva, preferì rivelare e dimostrare una mia molto più complicata discendenza dalla funzione generatrice. Una funzione esponenziale che grazie ai prodigi dell'analisi matematica, sviluppata in serie infinita, mostra riprodotti in sequenza, distribuiti negli infiniti monomi, tutti i numeri di Bernoulli. Ecco come vengo presentata in un estratto della nota G [5]

If in the equation

$$\frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{x}{2} + \mathrm{B}_1 \frac{x^2}{2} + \mathrm{B}_3 \frac{x^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \mathrm{B}_5 \frac{x^6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \cdots \quad (4.)$$

(in which B_1, B_3..., &c. are the Numbers of Bernoulli), we expand the denominator of the first side in powers of x, and then divide both numerator and denominator by x, we shall derive

$$1 = \left(1 - \frac{x}{2} + \mathrm{B}_1 \frac{x^2}{2} + \mathrm{B}_3 \frac{x^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \cdots\right)\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \frac{x^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \cdots\right) \quad (5.)$$

If this latter multiplication be actually performed, we shall have a series of the general form

$$1 + \mathrm{D}_1 x + \mathrm{D}_2 x^2 + \mathrm{D}_3 x^3 + \cdots \quad (6.)$$

in which we see, first, that all the coefficients of the powers of x are severally equal to zero; and secondly, that the general form for D_{2n}, the coefficient of the $2n+1$th *term* (that is of x^{2n} any *even* power of x), is the following:—

Figura 3: Estratto della nota G [5] di Ada Lovelace in cui si giustifica la formula partendo dalla funzione generatrice

Direttore Noto qualche vaga somiglianza con lei (nei denominatori) ma nulla di più. Io feci il liceo classico e non ho mai studiato analisi matematica...

Formula Infatti. Era solo per dare un'idea della strada indicata. Spiegare questa mia discendenza richiederebbe nozioni di analisi matematica non molto elementari, poco adatte alle nostre intenzioni di divulgazione. Le mostrerò tuttavia il diagramma, parte integrante della nota G [5], dove vengo tradotta dalla contessa programmatrice in un algoritmo per la macchina analitica.

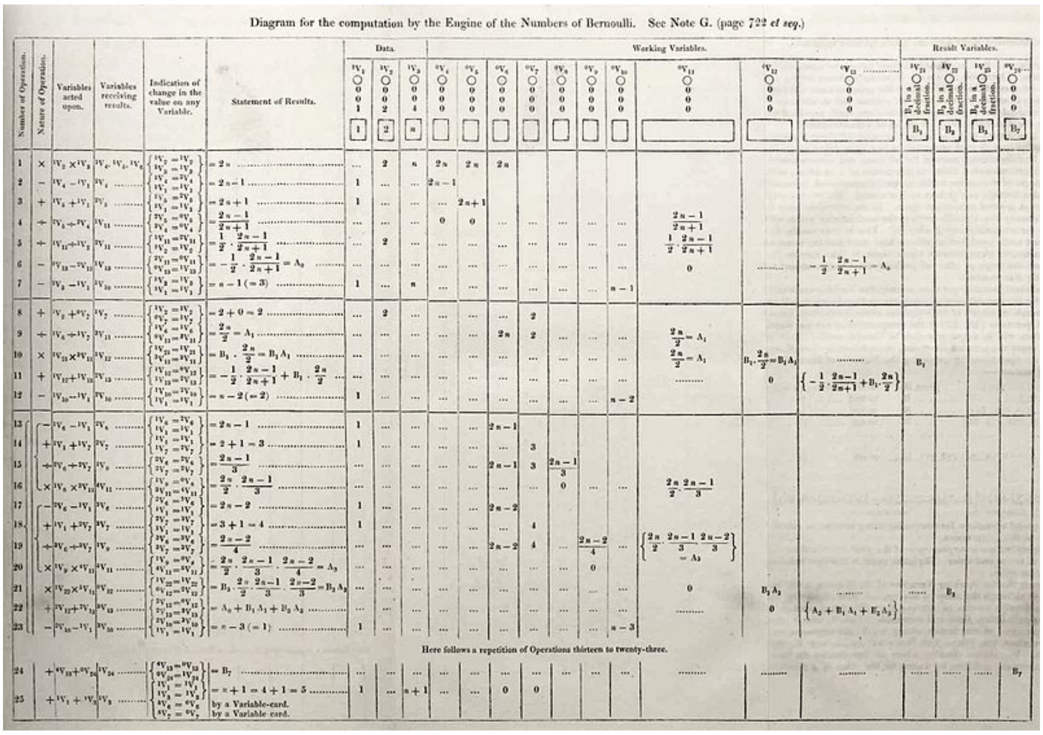


Figura 4: Diagramma della Nota G [5] di Ada Lovelace. Algoritmo per il calcolo dei numeri di Bernoulli in un programma pensato per la macchina analitica di Charles Babbage, un primo computer basato sulla meccanica che per i suoi alti costi non fu mai realizzato.

Direttore Molto suggestivo questo primo programma. Da quel che posso capire viene scomposta nelle sue parti per essere calcolata dalla macchina!

Formula Infatti. Quando fui scelta per quel ruolo non avevo nessuna idea di cosa avrei dovuto fare. Inutile dire che non solo per la storia ma anche per me era la prima esperienza del genere. Fu veramente molto emozionante. . .

Direttore Ma mi dica una cosa, lei lo saprà sicuramente... quando poi un secolo dopo i computer saranno effettivamente costruiti questa idea di utiliz-zarli per il calcolo dei numeri di Bernoulli è stata ripresa in considerazione?

Formula Altroché! sono stati calcolati milioni di questi numeri e si cerca di procedere migliorando ogni volta i risultati in una sorta di audace gara che sembra sfidare l'infinito. Ecco per esempio in siti specializzati cosa si può leggere. Ma anche non leggere per ragioni di spazio dato che a numeratore sono state omesse milioni di cifre

$$B_{2\,000\,000} = -\frac{1329775613657311363237415859\ldots313114522791147251420900296069 7}{9601480183016524970884020224910}$$

More than 10 million digits were omitted in the middle of the numerator!

Figura 5: Oltre dieci milioni di cifre omesse! (fonte: https://www.bernoulli.org/)

Direttore Dieci milioni di cifre omesse! Per stamparle tutte servirebbe un libro piuttosto corposo. Almeno quanto un vocabolario! E lei? ha più avuto occasione di essere usata nei tempi moderni per calcolare questi numeri?

Formula In questa veste ormai fuori moda solo occasionalmente e sempre per motivi legati alla mia storia. Per esempio ultimamente lo ha fatto proprio l'autore di questo dialogo, lo stesso che mi ha convinto a rivolgermi a lei, signor direttore. È un professore ormai in pensione da dieci anni, si chiama G.P., è autore del Tartapelago[4] e ha usato lo stesso linguaggio con cui ha costruito tante animazioni geometriche per il suo sito. Si tratta, niente meno, del Logo, il linguaggio delle tartarughe, inventato da Seymour Papert per scopi educativi. In particolare è MSWLogo, una versione per il sistema operativo Windows distribuita gratuitamente in rete dalla Softronix[5].

Direttore Autore? Finora l'ho seguita con attenzione e interesse. Ma ora non posso più crederle. Ho una formazione filosofica e ho sempre creduto nel libero arbitrio e soprattutto nella mia capacità di esercitarlo! Sono un razionalista che non crede ad entità trascendenti.

Formula Direttore, io sono solo una povera formula che poco sa di filosofia, ma posso assicurarle che il professore è un personaggio proprio come me e lei. È possibile che, essendo anche autore si illuda di essere più di noi. Il suo ruolo lo richiede e deve fare la sua parte come noi la nostra del resto. Ma se è pur vero che l'autore si serve dei personaggi per esprimersi è altrettanto vero il contrario. Dunque, la prego, non si preoccupi e mi permetta di continuare.

Direttore Vuole dire che gli autori sono solo un mezzo attraverso il quale noi personaggi possiamo esprimerci? Così mi piace... ci rifletterò. Va bene... va bene continui pure. Mi racconti Come ha conosciuto questo professore.

Formula Bene e grazie per la fiducia! Il professore, nel corso di una sua personale ricerca sui numeri di Bernoulli [4], navigando su Internet si

[4] www.maecla.it/tartapelago/
[5] www.softronix.com

è imbattuto in molti siti in cui si parlava di me. Insoddisfatto di quel che ha potuto leggere ha voluto fare direttamente la mia conoscenza. Nei siti in lingua inglese ha potuto trovare preziosi riferimenti che lo hanno portato al documento fondamentale, quella nota G di cui già le ho parlato, scritta direttamente dalla contessa! Nulla di più però anche se vi erano tanti altri siti in cui ero ricordata. Mi si presentava, così come ero stata scritta, e poi si attingeva a quel poco che aveva scritto tanti anni prima la contessa. Guardi, per esempio 6

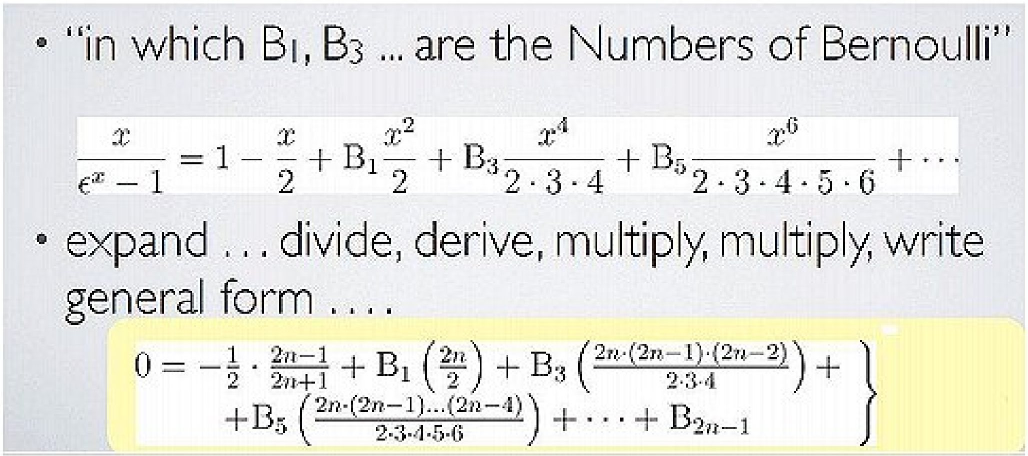


Figura 6: Immagine pubblicata in rete. Da "Charles Babbage Ada Lovelace and the Bernoulli number" di Thomas j.Misa University of Minnesota

In questo documento disponibile in rete si vede lo sviluppo in serie della funzione generatrice. Viene usata la notazione usata da Ada e la formula da lei effettivamente applicata. Sul modo per derivare questa da quella, anche qui, si dà solo un vago cenno.

Direttore Riconosco gli antichi indici dispari e anche quella funzione esponenziale generatrice da cui pure lei in qualche modo, a quanto pare, discende. Complimenti per i molti siti che la ricordano sia pure assai avari di notizie non stantie. Invece, nei siti in lingua italiana?

Formula Un vero disastro! I siti in lingua italiana hanno copiato formule errate e notizie false che hanno potuto replicarsi indisturbate per anni e ancora fanno un pessimo servizio in rete. A quanto è stato possibile appurare cominciò tutto con Wikipedia in lingua italiana quando nell'ormai lontano 2005 fu creata una voce a me dedicata dal titolo: "Algoritmo di Ada Lovelace per i numeri di Bernoulli". Era una gran cosa che mi si dedicasse una voce. L'intenzione era buona ma la sua realizzazione purtroppo assai difettosa. Io ero stata trascritta in modo sbagliato e quindi non funzionavo. Inoltre si cercava di dimostrare la mia discendenza dalla funzione generatrice e ci si riusciva ma solo grazie a grossolani errori! Poi mi si comparava con un'altra formula piuttosto strana che, sempre senza citare fonti, veniva attribuita a Bernoulli. Anche lei non funzionante! Nonostante una verifica in un caso particolare, falsata però da un arbitrario cambio di segno di uno dei numeri di Bernoulli. Anche se mal trascritta il professore ha potuto identificarla. Non mi risulta però che la contessa l'abbia mai presa in considerazione per quel ruolo. Inoltre, nella comparazione tra me e lei, mutavo leggermente, perdevo un errore ma ne acquisivo un altro.

Direttore E tutti questi errori sono stati segnalati? qualcuno ha provveduto a rimuoverli?

Formula Il professore da anonimo, non potendo tollerare tutte quelle sciocchezze sul mio conto ha riscritto completamente quella voce di wikipedia come risulta dalla cronologia della voce. Ha anche scritto un articolo per Maecla [6] in cui raccontava tutto ciò ma ormai dopo dodici anni di permanenza tutte quelle falsità erano state copiate in molti siti[6] e perfino in una tesi di laurea pubblicata in rete [7].

Direttore E cosa ha scritto su di lei? Ha parlato della sua discendenza dalla formula rivelata da Bernoulli?

Formula No, quella discendenza la scoprirà solo successivamente. Quello che ha mostrato però è un'altra sua sorprendente scoperta di cui pure nulla sapevo. Confesso di avere avuto, con queste rivelazioni, una vera e propria crisi d'identità che ha sconvolto non poco la mia vita. O forse ha sconvolto la mia "morte" perché ormai pensavo di essere solo un pezzo da museo legato indissolubilmente a quel che era stato. Non avevo consapevolezza di altro. Insomma, dato che non riuscivo a trovare mie tracce nei moderni trattati sui numeri di Bernoulli mi ero convinta di essere stata solo una formula "usa e getta" sia pure usata in un'unica e irripetibile occasione. Questo è quanto risultava da molti saggi che parlavano di me e di questo mi ero convinta anche io...

Direttore Già Socrate esortava a conoscere se stessi. Il suo percorso interiore è molto interessante. Mi pare che l'incontro con questo professore sia stato decisivo.

Formula Sì, mi ha collaudata prima usando un foglio di calcolo poi con il linguaggio Logo. Mi è sembrato di rinascere. Il professore ha saputo sviluppare tutte le mie potenzialità. Mi ha interrogata e ho risposto adeguatamente. Era un piacere sfornare in men che non si dica tutti quei numeri di Bernoulli!

[6] Ada Byron Lovelace e il primo algoritmo (non cita fonti); Ada Lovelace e il primo programma di calcolo della storia (non cita fonti); leparisien (cita fonte wikipedia.it)

[7] 3.1 L'algoritmo di Ada Lovelace per i numeri di Bernoulli

In questo modo alla fine si è accorto di avermi già incontrata. Si è accorto che la formula ricorsiva più agile e comune nei moderni trattati ero io stessa in abiti moderni! Proprio questo ha rivelato in anteprima sulla Wikipedia in lingua italiana quando, come anonimo numero 79.70.35.171, ha rifatto da capo la voce che mi riguardava su Wikipedia. Avrebbe potuto dare la dimostrazione corretta indicata negli scritti della contessa ma ha preferito dimostrare che io non ero altro in costume antico che quella formula ricorsiva oggi citata e usata comunemente. Ecco dunque -porgendo un'immagine al direttore- la mia identità ritrovata. Mi riconosce?

$$\sum_{\mathrm{j}=0}^{m} \binom{m+1}{j} B_j = 0 \tag{1}$$

Direttore Assolutamente no! La formula sembra avere un certo fascino ma non riesco proprio a capirla. Mi può aiutare?

Formula Certo! Quel segno di sommatoria lo abbiamo già incontrato. Variando l'indice nel modo indicato possiamo costruirci tutti gli addendi:

$$\binom{m+1}{0} B_0 + \binom{m+1}{1} B_1 + \binom{m+1}{2} B_2 + \binom{m+1}{3} B_3 + \cdots + \binom{m+1}{m} B_m$$

Direttore Ora forse potrebbe esserci una vaga analogia strutturale ma cosa significano quelle parentesi con qualcosa scritto superiormente e qualcosa scritto inferiormente?

Formula Sono i coefficienti binomiali detti così perché si utilizzano in algebra per sviluppare le potenze del binomio.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

e in generale

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

che in forma compatta si scrive:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{\mathrm{n-k}} b^k$$

I coefficienti, riassunti nel triangolo di Tartaglia sono:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1\ 1 \\ 1\ 2\ 1 \\ 1\ 3\ 3\ 1 \\ 1\ 4\ 6\ 4\ 1 \\ \dots \end{array}$$

Lo ricorda?

Direttore Sì mi par di ricordare una regola semplice per costruirlo...Ho trovato! Si sommano due elementi della riga superiore per ottenere i nuovi elementi.

Formula Bene, Quando si scrive per esempio 4 sopra 2 tra parentesi tonde si danno le coordinate per individuare un elemento del triangolo di Tartaglia. Tenga presente però che si parte da zero per cui la riga 4 è la quinta e il posto 2 è il terzo dunque 4 sopra 2 $= 6$. Ecco tutta la riga 4:

$$\binom{4}{0} = 1 \quad \binom{4}{1} = 4 \quad \binom{4}{2} = 6 \quad \binom{4}{3} = 4 \quad \binom{4}{4} = 1$$

Direttore Ho capito quindi quando si interpretano quei simboli ci si deve riferire al triangolo di Tartaglia.

Formula Non necessariamente. Si può calcolare direttamente sfruttando il suo significato combinatorio. Può utilizzare la formula degli anagrammi:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{Esempio:} \quad \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{24}{4} = 6$$

o anche semplificando

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n^{\underline{k}}(n-k)!}{k!(n-k)!} = \frac{n^{\underline{k}}}{k!}$$

$$\text{Esempio:} \quad \binom{5}{2} = \frac{5^{\underline{2}}}{2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

dove $n^{\underline{k}}$ è il cosiddetto "fattoriale discendente" costituito da k fattori che ogni volta scalano di un'unità partendo da n.

Direttore Anagrammi? Mi hanno sempre divertito ma cosa c'entrano?

Formula Gli anagrammi delle parole con lettere tutte diverse corrispondono alle permutazioni. Se la loro lunghezza è due si hanno $2! = 2 \cdot 1 = 2$ possibilità per esempio "ok" e "ko". Se la lunghezza della parola omvece è tre $3 \cdot 2! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ possibilità per esempio "mia", "mai", "ami", "aim", "ima", "iam". Se la lunghezza è 4 le parole potranno iniziare in 4 modi diversi. Per ognuno di questi casi abbiamo visto che ci sono 3! possibilità con le rimanenti

lettere. Dunque $4{\cdot}3! = 4! = 4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1 = 24$ possibilità. E così via. Se invece tra le lettere della parola di cui si vuole calcolare gli anagrammi ci sono doppioni se ne deve tener conto dividendo per le relative permutazioni. Per esempio "Ada" se consideriamo minuscolo e maiuscolo come due caratteri diversi abbiamo ancora 3! possibilità altrimenti diventano $\frac{3!}{2!} = 3 : ADA\ DAA\ AAD$
.

Direttore Quindi
"BYRON" $5! = 120$ anagrammi e
"LOVELACE" $\frac{8!}{2!2!}$ anagrammi
dato che si ripetono due volte sia "L" che "A" mentre
"BABBAGE" $\frac{7!}{3!2!}$ anagrammi?

Formula Perfetto!,

Direttore Molto facile ma cosa c'entra con le potenza del binomio?

Formula Quando si fa $(a+b)^4$ si potrebbe fare $(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$ ottenendo $2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2 = 2^4 = 16$ monomi simili di quarto grado:

$$\begin{aligned}&aaaa + aaab + aaba + aabb+\\&abaa + abab + abba + abbb+\\&baaa + baab + baba + babb+\\&bbaa + bbab + bbba + bbbb\end{aligned}$$

se ora mettiamo insieme i monomi simili senza ancora sommarli:
$aaaa + (aaab + aaba + abaa + baaa) + (aabb + abab + abba + baab + baba + bbaa) + (abbb + babb + bbab + bbba) + bbbb$

Ora contando i monomi simili con la formula degli anagrammi si ottiene:

$$\frac{4!}{4!} = 1 \qquad \frac{4!}{3!} = 4 \qquad \frac{4!}{2!2!} = 6 \qquad \frac{4!}{3!} = 4 \qquad \frac{4!}{4!} = 1$$

che è proprio la riga 4 del triangolo di Tartaglia. Per cui tenendo conto delle proprietà delle operazioni si ha $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.

Direttore Molto interessante, non avevo mai visto le potenze di monomi da questo punto di vista!

Formula È il punto di vista del calcolo combinatorio che è bello quanto utile. Ci sarebbe molto altro ma ora ci porterebbe fuori strada.

Direttore Va bene. Capiti i coefficienti binomiali ora può spiegarmi come fa ad identificarsi con quella formula moderna?

Formula Per riconoscermi deve prima di tutto sostituire $B_0 = 1$ e $B_1 = \frac{1}{2}$

Direttore Certo, questo per la verità mi era venuto in mente ma poi quei coefficienti binomiali la rendono comunque irriconoscibile. I più semplici li ho calcolati. Qualcosa sopra zero viene sempre 1 dato che tutte le righe iniziano così. Ma applicando la formula degli anagrammi mi ritrovo 0! che non so bene come interpretare. Anzi deve essere 1 perché solo così torna il risultato.

Formula Confermo, confermo deve porre $0! = 1$

Direttore Bene il sopra 1 come il suo simmetrico alla fine valgono $m + 1$. Provo a sostituire poi mi dirà. Parto da qui. Siccome $B_3 = 0$ metto il successivo e sostituisco i valori a B_1 e a B_2:

$$\binom{m+1}{0}(1)+\binom{m+1}{1}(-\frac{1}{2})+\binom{m+1}{2}B_2+\binom{m+1}{3}B_4+\cdots+\binom{m+1}{m}B_m = 0$$

$$1+(m+1)(-\frac{1}{2})+\binom{m+1}{2}B_2+\binom{m+1}{3}B_4+\cdots+(m+1)B_m = 0$$

$$-\frac{1}{2}(m-1)+\binom{m+1}{2}B_2+\binom{m+1}{3}B_4+\cdots+(m+1)B_m = 0$$

Infine moltiplicando i due membri dell'equazione per il reciproco di $m + 1$

$$-\frac{1}{2}\frac{m-1}{m+1}+\frac{1}{m+1}\binom{m+1}{2}B_2+\frac{1}{m+1}\binom{m+1}{3}B_4+\cdots+B_m = 0$$

Si, sì! Ora si comincia a vedere una somiglianza anche se parziale...

Formula Bravissimo.

Direttore Provo a sostituire ancora. Il sopra 2 indica due fattori a scalare come il sopra 4 ne indica 4... Dunque

$$-\frac{1}{2}\frac{m-1}{m+1}+\frac{1}{m+1}\frac{(m+1)m}{2}B_2+\frac{1}{m+1}\frac{(m+1)m(m-1)(m-2)}{4!}B_4+\cdots+B_m = 0$$

e semplificando

$$-\frac{1}{2}\frac{m-1}{m+1}+\frac{m}{2}B_2+\frac{m(m-1)(m-2)}{4{\cdot}3{\cdot}2}B_4+\cdots+B_m = 0$$

Formula Eccellente, manca solo 2n come generico pari al posto di m e sono proprio io nella mia veste originale!

Direttore Mi è tutto chiaro. Ma allora se per lei esiste una veste moderna con cui ora ha potuto identificarsi, qualcosa di simile dovrebbe essere accaduto anche alla sua genitrice, la famosa formula rivelata da Bernoulli.

Formula No, per la mia genitrice fu più facile accorgersi dei mutamenti dato che lei era legata ad un problema specifico, quello della somma di potenze di interi successivi. Per me è stato molto più difficile in quanto sembravo indissolubilmente legata ad un evento unico ed irripetibile. Però, ora ho studiato bene l'abbigliamento moderno adottato dalle formule che trattano i numeri di Bernoulli e posso dire che il problema della mia genitrice fu che quando i matematici decisero di aggiungere i primi due numeri, si basarono sui coefficienti dello sviluppo in serie della funzione esponenziale a cui anche la contessa si era riferita. Posero perciò $B_0 = 1$ e $B_1 = -\frac{1}{2}$. In questo modo però esprimere la formula rivelata da Bernoulli diventava piuttosto artificioso. Infatti quella formula sembrava indicare invece che dovesse essere $B_1 = \frac{1}{2}$. Infatti in questo modo la formula

$$\sum_{k=1}^{n} k^m = \frac{1}{m+1} n^{m+1} + \frac{1}{2} n^m + \sum_{k=2}^{n} \frac{m^{\underline{k-1}}}{k!} B_k n^{m-k+1}$$

sarebbe diventata semplicemente:

$$\sum_{k=1}^{n} k^m = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^{m} \binom{m+1}{k} B_k n^{m+1-k} \tag{2}$$

Oggi molti autori accettano così questa formula avendo cura di avvertire il lettore di aver preso in considerazione una delle due varianti di questi numeri, quella con $B_1 = \frac{1}{2}$.

Direttore E chi si rifiuta di considerare la legittimità delle due varianti della sequenza bernoulliana?

Formula Se ci si ostina a prendere in considerazione solo la variante $B_1 = -\frac{1}{2}$ si hanno due possibilità: La prima è un'equa sottrazione ai due membri dell'equazione bernoulliana per ottenere:

$$-n^m + \sum_{k=1}^{n} k^m = -n^m + \frac{1}{m+1} n^{m+1} + \frac{1}{2} n^m + \sum_{k=2}^{n} \frac{m^{\underline{k-1}}}{k!} B_k n^{m-k+1}$$

e quindi:

$$\sum_{k=1}^{n-1} k^m = \frac{1}{m+1} n^{m+1} - \frac{1}{2} n^m + \sum_{k=2}^{n} \frac{m^{\underline{k-1}}}{k!} B_k n^{m-k+1}$$

la seconda è

$$\sum_{k=1}^{n} k^m = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \binom{m+1}{k} B_k n^{m+1-k}$$

Direttore E ora da dove esce quel "-1" elevato a potenza?

Formula È un artificio un po' esagerato che può essere evitato. Si introduce una moltitudine di fattori per cambiarne in realtà uno solo. Quando k è pari il risultato è l'elemento neutro della moltiplicazione che non cambia nulla. Con k dispari invece viene "-1" il cui prodotto muta nell'opposto le quantità moltiplicate. Quando però ad essere moltiplicato è zero nulla cambia comunque. E siccome le B con indice dispari valgono quasi sempre zero, l'unico effetto di quel prodotto esteso a tanti addendi è di cambiare segno a B1,

Direttore In effetti mi sembra meglio considerare le due varianti! Ma se nelle versioni moderne la sua genitrice si esprime nella variante $B_1 = \frac{1}{2}$ e lei invece nella variante $B_1 = -\frac{1}{2}$ la sua discendenza diretta non viene nascosta?

Formula È possibile che questo possa essere stato un ostacolo per molti nel riconoscere la mia discendenza. È possibile. Sicuramente dei tanti testi consultati nessuno ha mai messo in evidenza questa mia prestigiosa discendenza scoperta dal professore.

Direttore Vediamo se ho capito. Vorrei provare a vedere come arrivarci. Partiamo da questa moderna formula 2 valida con $B_1 = \frac{1}{2}$ e passiamo al caso particolare $n = 1$:

$$1 = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^{m} \binom{m+1}{k} B_k$$

Ora devo trasformare questa equazione. Moltiplicando i due membri dell'equazione per m+1 otteniamo:

$$m+1 = \sum_{k=0}^{m} \binom{m+1}{k} B_k$$

Col secondo membro a parte il valore di B_1 ci siamo ora dovremmo togliere ai due membri $m+1$ per ottenere lo zero. Sbaglio?

Formula No, è corretto. Prima però, supposto m>0, conviene esplicitare i primi due addendi con l'eventuale somma restante:

$$m+1 = B_0 + (m+1)(\frac{1}{2}) + \sum_{k=2}^{m} \binom{m+1}{k} B_k$$

ora non rimane che fare quel che ha detto.

Direttore Benissimo sommo -(m+1) ai due membri, metto in evidenza (m+1) ed ecco:

$$0 = B_0 + (m+1)(-\frac{1}{2}) + \sum_{k=2}^{m} \binom{m+1}{k} B_k$$

Bello come un gioco di prestigio! Ora si può adottare la variante $B_1 = -\frac{1}{2}$ e scrivere:

$$0 = \sum_{k=0}^{m} \binom{m+1}{k} B_k$$

esattamente come le avevo mostrato 1

Formula Sì. C'è ancora da notare che quando m=0 vi è solo un addendo e il ragionamento precedente non vale. In questo caso si ha $1 = B_0$ che dà il primo valore della sequenza, necessario per il calcolo dei successivi. Ecco al crescere di m può ammirare le mie figlie. Solo le prime naturalmente tanto per averne un'idea perché sono un'infinità:

$$1 = 1B_0$$
$$0 = 1B_0 + 2B_1$$
$$0 = 1B_0 + 3B_1 + 3B_2$$
$$0 = 1B_0 + 4B_1 + 6B_2 + 4B_3$$
$$0 = 1B_0 + 5B_1 + 10B_2 + 10B_3 + 5B_4$$
$$0 = 1B_0 + 6B_1 + 15B_2 + 20B_3 + 15B_4 + 6B_5$$
$$0 = 1B_0 + 7B_1 + 21B_2 + 35B_3 + 35B_4 + 21B_5 + 6B_6$$
$$\dots$$

Direttore Bellissime. I miei complimenti!

Formula Grazie! Lei è molto gentile. Ha notato che insieme disegnano il triangolo di Tartaglia sia pure senza l'uno finale in ogni riga?

Direttore È vero! Se le "B" invece degli indici avessero esponenti sembrerebbero sviluppi di potenza del binomio senza l'ultimo termine

Formula Infatti è una osservazione che i matematici non si sono lasciati sfuggire per confezionarci abiti semplicissimi e surreali che ci hanno reso però ancora meno riconoscibili! Ecco come possono apparire le mie figlie così conciate:

$$1 = (B+1)^1 - B_1$$
$$0 = (B+1)^2 - B_2$$
$$0 = (B+1)^3 - B_3$$
$$0 = (B+1)^4 - B_4$$
$$0 = (B+1)^5 - B_5$$
$$0 = (B+1)^6 - B_6$$
$$0 = (B+1)^7 - B_7$$
$$\dots$$

O ancora più semplicemente in una formulazione trasgressiva che sembra sfidare le più affermate consuetudini algebriche:

$$(B+1)^1 = B^1 + 1$$
$$(B+1)^2 = B^2$$
$$(B+1)^3 = B^3$$
$$(B+1)^4 = B^4$$
$$(B+1)^5 = B^5$$

$(B+1)^6 = B^6$
$(B+1)^7 = B^7$
$\dots$

Analogamente per $m > 1$ espressa con le pseudo-potenze ecco come posso apparire:

$$0 = (B+1)^m - B_m$$

e quindi anche:

$$(B+1)^m = B^m$$

Direttore A questo punto sono curioso di vedere la sua genitrice in questa particolare veste.

Formula Eccola qui:

$$\sum_{k=1}^{n} k^m = \frac{(B+n)^{m+1} - B^{m+1}}{m+1}$$

Direttore Stupefacente! Ma quella B priva sia di indici sia di pseudo-esponenti che comunque sarebbero indici, da sola cosa è? Qual è la sua vera natura?

Formula Ehm...È una domanda che mi mette in seria difficoltà. Anche a me inquieta un po' quella B solitaria. Di sicuro non è un numero che si possa sommare ad n, per poi calcolare la potenza. Sviluppare la "potenza" dello strano binomio è l'unica possibilità. Possiamo dire che è un ruolo numerico non interpretato da numeri. Possiamo anche dire che è ciò che rimane di un simbolo numerico dopo aver perso un indice con aspirazioni da esponente. Insomma è un qualcosa in perenne attesa di pseudo-esponenti che gli permettano di incarnarsi in simboli numerici fatti a sua somiglianza ma ben muniti di indici identificanti numeri bernoulliani. Spero di non averla confusa troppo...

Direttore No, no, anzi, la ringrazio. Amo queste riflessioni filosofiche. Mi chiedo anche come sia possibile che formule apparentemente così diverse possano essere espressione della stessa realtà matematica.

Formula Ma noi formule non siamo la matematica siamo soltanto un espediente valido, come quella B in fin d ei c onti, p er a iutare a v edere il paesaggio matematico sottostante quello sì invariante nel tempo. Per questo nello studiare la matematica impararci solo a memoria non aiuta a vedere ciò che si dovrebbe. Molto meglio essere attivi, prendere iniziative, implementarci in un foglio di calcolo, collaudarci per mettere alla prova ciò che diciamo e per vedere se quel che si crede di aver capito si accorda o meno con i nostri risultati. Vede signor Direttore se io mi sono rivolta a lei non è solo per far conoscere la mia storia e la mia vera identità, sconosciute, poco conosciute o dimenticate che siano, ma è anche per far capire l'importanza del dialogo con noi formule. Io, come ha potuto constatare ora sono piuttosto loquace e ho preso l'iniziativa con lei. Ma in genere le mie colleghe sono molto più riservate e instaurare un dialogo con loro è meno facile ma le assicuro, altrettanto utile a capire ciò che è da loro indicato. Sono loro la via più semplice possibile per accedere alla conoscenza di ciò che indicano. È vano dar credito ai tanti che preferiscono sostituirci con parole fumose che inevitabilmente lasciano il tempo che trovano...

Direttore È stato un piacere dialogare con lei. Ho imparato e mi sono divertito fino a dimenticare per un po' il mio ruolo. Ora però, rientrando in me le posso solo dire che esamineremo insieme ai miei collaboratori la sua proposta e non è detto che il mio parere favorevole sia sufficiente. Come le dicevo ci sono delle leggi di mercato da tener presenti...

Riferimenti bibliografici

[1] Frank J. Swetz and Victor J. Katz Johann, Mathematical treasures: Faulhaber's Accademiae Algebrae, MMA.

[2] Jacob Bernoulli, Summae potestatum in Artis conjectandi, Internet Archive p. 97, 1713.

[3] Carl Jacobi, De usu legitimo formulae summatoriae Maclaurinianae. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 12. pp. 263–72,1834.

[4] Sum of power of positive integer MMA, Mathematical association of America MMA.

[5] Ada Lovelace Note G, in Luigi Manabrea, "Sketch the analitycal engine invented by Charles Babbage", Ginevra, 1842.

[6] Giorgio Pietrocola, Internet e l'algoritmo di Ada Byron, contessa di Lovelace e incantatrice di numeri, Maecla, 2017.

ELVIRA MC BEE
E L'OROLOGIO DI MILO

Appena scesi dal treno, quella mattina, attraversammo le strisce pedonali. Di fronte a noi, ecco, il museo internazionale dell'orologeria.
Davo la mano a Zia Elvira: una donna sui quarant'anni, piena di energie, vestita sempre alla stessa maniera: pantaloni leggings verdi lucidi e un maglione verde fosforescente. I capelli corti screziati di grigio e di bianco sfuggivano al controllo di qualsiasi pettine, in una corona di ciuffi. Sul naso un paio di occhiali dalla montatura nera e le lenti rotonde. Al fianco ci si sarebbe aspettati la solita boresetta ma lei no. Lei aveva un bel sacco giallo in spalla, dal quale, a seconda delle necessità ne usciva questo o quello.
Mi stavo ancora guardando in giro quando, senza preavviso mi trascinò su per la scalinata fino a raggiungere la porta. Era un'enorme porta tutta in ferro battuto e meccanismi di orologio: lancette, ingranaggi, molle e tanti altri pezzi che non conoscevo.
La zia afferrò la maniglia realizzata con una lancetta, l'abbassò e la spinse con forza. Ci trovammo subito davanti alla biglietteria. Non c'era fila, data l'ora mattutina, e così ottenemmo subito i nostri biglietti. «Ora non vi resta che seguire quel nastro rosso che vi guiderà lungo tutto il museo». Disse la bigliettaia, un'anziana signora dai capelli ricci color violetto porgendoci gli auricolari e due radioline, per ascoltare le diverse notizie lungo il percorso. Partimmo senza indugi e dagli auricolari, con uno scricchiolio, iniziò a parlare una voce sommessa, molto profonda e lenta.
La sua funzione avrebbe dovuto essere quella di spiegare le diverse cose che vedevamo, ma aveva soltanto un effetto soporifero. «Spegni quell'aggeggio prima che ci addormentiamo!», mi disse zia Elvira mettendosi a sorridere.
«Ma adesso chi ci spiegherà ciò che vediamo?» Le chiesi: "Non preoccuparti! Accanto a ogni bacheca ci sono le spiegazioni! Le leggeremo». Mi disse.
«Ero un po' confuso! Mamma e papà avevano insistito perché andassi dalla zia per imparare finalmente a leggere l'orologio e lei … lei mi stava portando in un museo».
Nella prima stanza del museo trovammo stipati, un po' alla rinfusa, tantissimi meccanismi di orologi di campanili. Grandi lancette anche lunghe due metri erano attaccate alle pareti, in un angolo poi erano ammonticchiate pietre forate, squadrate rozzamente: i contrappesi degli orologi.
Passammo alla stanza successiva: dedicata agli orologi a cucù. Ve ne erano di tutte le misure e colori, con le tipiche porticine pronte ad aprirsi e a far uscire il … cucù. «Pensa che frastuono ci sarebbe se suonassero tutti assieme» Sussurrai a zia Elvira. Lei sorrise e con passo veloce attraversò gli ultimi metri della stanza per andare nella prossima. La porta era molto suggestiva: infatti sembrava proprio una clessidra e come logico al suo interno trovammo, centinaia di clessidre, di sabbia, nera, rossa,

verde, bianca, grandi, piccole medie: un po' di tutto. Poi, clessidre ad acqua grandi quanto una persona, che mandavano sinistri bagliori. Ma la zia passò oltre, come un fulmine; sembrava alla costante ricerca di qualcosa, che non riusciva a trovare. Ero stanco di rincorrerla senza motivo, passando da una stanza all'altra senza poter guardare nemmeno un orologio da vicino. Così mi feci coraggio e le chiesi: «Zia, cosa stai cercando?», «Cosa pensi?» Mi disse «Beh, forse un orologio» gli risposi allargando gli occhi come una triglia e guardandola di traverso. «Sì, ma non uno qualsiasi! Bensì il primo orologio da polso, realizzato nel 1805». «Oh, finalmente sapevo cosa stesse cercando!» pensai felice.

Senza parlare decidemmo che la gara era aperta e così scattammo, chi in una stanza, chi nell'altra, correndo come dei pazzi, ridendo e ostacolandoci a vicenda. Io ero attentissimo e facevo passare ogni bacheca, ogni angolo, ogni parete.

Ero convinto di riuscire a trovarlo prima di lei ma… se io guardavo da una parte, lei guardava dall'altra! Era un fulmine, faceva passare le vetrine così velocemente che quasi non le stavo dietro. Ormai mancavano poche stanze e ci gridavamo: «Vincerò io! No, io».

Ad aiutarmi e a farmi guadagnare importanti indizi nella ricerca furono le informazioni che la signora anziana aveva snocciolato, come una litania, prima di iniziare la visita. Dicevano su per giù così: «Lungo ogni stanza, ogni corridoio, ogni scalinata c'è un nastro rosso, e su di esso ho ricamato con grande pazienza e, con del filo bianco, le date che caratterizzano le scoperte legate all'orologeria». Schizzai di corsa verso il nastro, lo afferrai e mi misi a correre. Tra le dita, le date ricamate di bianco si susseguivano velocemente, finché la mia mano si chiuse sulla data che cercavo, il 1805; allora mi fiondai nella saletta e … eccoli là, in bella mostra ma … non ero propriamente sicuro che fossero quelli che intendeva la zia.

La chiamai. «Zia Elvira, zia Elvira vieni, forse li ho trovati». Gridai. L'eco delle mie grida rimbombò per tutto il museo e ben presto uno scalpiccio di piedi mi suggerì che la zia stava arrivando. «Sono questi, zia? Li ho trovati?» Gli chiesi, guardando i bizzarri orologi composti da una lunga striscia di cuoio che copriva il braccio dal polso al gomito e veniva fissata sull'avambraccio con dei cinturini terminanti con fibbie. Su di essa erano incastonati tre quadranti. «Sì mio caro; bravo, ora siediti» disse, indicandomi con una mano una panchina simile a quelle ferroviarie. «Se la fortuna ci assisterà dopo che ti avrò raccontato la storia di questo tipo di orologio, sarai in grado di leggere qualsiasi orologio». Non me lo feci ripetere due volte e mi sedetti assieme a lei sulla panchina, fissando il mio piccolo orologio da polso.

Morivo dalla voglia di svelare quella specie di magia e poterlo finalmente leggere.

Così, accompagnata dal suono di mille ticchettii, Elvira iniziò a raccontare. Ma dopo poche parole si interruppe, e presa il suo sacco verde cominciò a rovistarci dentro, estraendo ogni tipo di cosa. Quando con un grido di felicità, mi segnalò che aveva trovato ciò che cercava.

Estrasse dalla sua borsetta un vaporizzatore, di quelli vecchi per il profumo dove alla boccettina era attaccata una cannuccia che terminava in una pompetta di gomma e iniziò a spruzzarne un po' ovunque. Incredulo gli chiesi a cosa servisse e con un fil di voce mi spiegò che ci avrebbe aiutato a entrare meglio nella storia. Nuvole sempre più grandi di colore blu, intanto, crescevano e riempivano il locale, nascondendo ciò che ci circondava.
Smise di spruzzare e la nebbiolina azzurra pian piano scomparve. Non ci crederete! La stanza era scomparsa e noi due eravamo nella storia di zia Elvira.

C'era una volta, in un piccolo paesino della Svizzera francese, una bottega piuttosto strana. L'entrata, a guardarla, era molto simile a quella di un orologio a cucù. Le uniche differenze era che le lancette erano ferme e piantate nel terreno e naturalmente il cucù usciva dalla porta.
Ogni mattina, appena si iniziava il lavoro, come prima cosa, tutti gli orologiai, coordinati da mastro Lamontre, proprietario e grande orologiaio, dovevano sincronizzare tutti gli orologi della bottega.
Purtroppo non era un lavoro facile, perché gli orologi erano fatti in maniera diversa di quelli da oggi.
Questi erano fatti di tre quadranti: uno per le ore con i numeri dipinti dall'uno al dodici, uno per i minuti con le sessanta righettine disposte lungo la circonferenza e infine quello dei secondi che aveva la stessa struttura di quello dei minuti. Le lancette, uguali, venivano disposte una per ogni quadrante.
Per regolare l'ora era necessario sincronizzare prima i secondi poi i minuti e infine le ore. Così i diversi operai correvano da un orologio all'altro freneticamente.
Passato quel primo momento mattutino ecco che cominciava la solita routine che caratterizzava la creazione di un orologio.
Gli operai si sedevano ai loro tavoli e il proprietario, un burbero anziano dalla barba candida e da una pelata lucente, passava a dare o a ritirare le ordinazioni.
Tra loro poi, ad imparare il mestiere c'era Mayar, un ragazzino di poco più di nove anni, con capelli rossi e la faccia disseminata di lentiggini, che viveva lì. Lui correva qua e là, da un tavolo all'altro, portando i pezzi che servivano a questo o a quello per realizzare gli orologi.
Inoltre, si preoccupava, di spazzare regolarmente le assi del pavimento, della bottega dalle centinaia di pezzi che venivano scartati: ranelle, molle, ingranaggi, lancette, più o meno grandi: rotte, rovinate o incomplete. Una cosa fantastica era che tutto quello che cadeva sul pavimento era suo. Mayar avrebbe dovuto buttarlo nel secchio della fonderia ma era talmente attratto da quel mestiere, che di nascosto si infilava i pezzi nelle tasche del grembiule da lavoro. Lì li teneva fino a sera e quando nessuno lo vedeva, ormai stanco morto, seduto sull' orlo del suo letto, li riprendeva e con molta pazienza cercava di combinarli tra loro cercando di realizza-

re qualcosa. Se inizialmente i risultati erano mediocri, con il passare dei giorni, osservando e seguendo gli insegnamenti degli altri operai, ai suoi occhi un nuovo mondo iniziava ad aprirsi. Imparò a combinare determinati ingranaggi e a capire a cosa servissero certe molle.
A limitare le sue creazioni notturne c'era però da un lato, la stanchezza che pian piano, inesorabilmente gli faceva chiudere gli occhi, dall'altra i pezzi che salvava dal secchio della fonderia, erano pochi e spesso rovinati. Così gli toccava arrangiarsi.
Ogni sera, Mayar sparecchiava e aiutava la signora del mastro orologiaio a riordinare. Poi, mentre l'anziano signore fumava compiaciuto la pipa, saliva in punta di piedi la scala a pioli, che portava al suo letto, sistemato sotto le travi del tetto. Lì nel silenzio più completo, accoccolato nel suo letto lavorava ai suoi esperimenti finché la stanchezza non prendeva il sopravvento.
Erano frequenti le volte che al mattino si svegliava ancora con in mano pezzi di orologio.
Con il tempo, il piccolo apprendista imparò che oggi andava un certo tipo di orologio e che l'indomani nessuno lo avrebbe più comperato, per cui era importantissimo tenersi sempre aggiornati sulle mode.
In quel periodo, la scienza e le nuove scoperte avevano preso il sopravvento e tutti volevano sapere subito, ovunque si trovassero, qual era l'ora esatta. Fu infatti un tale di Losanna che inventò i primi orologi "portatili"; così li chiamavano, ma di portatile avevano ben poco: infatti erano assai pesanti e scomodissimi.
Per le signore aveva realizzato uno squisito orologio a tre piccoli quadranti da fissare all'avambraccio con tre cinturini diversi mentre per gli uomini tre orologi incastonati a un prisma triangolare, attaccati ad un'unica catena.
«Mamma mia, erano proprio scomodi da portare in giro», pensava il nostro apprendista, «Non parliamo poi di quando bisognava effettivamente leggerli!!» Le donne, con i loro vestiti, dovevano arrotolare le maniche fin sopra il gomito per avere la vista libera, mentre gli uomini dovevano farsi cucire una tasca rinforzata che sopportasse il peso di tutto quel metallo.
Per fortuna dopo circa un anno il quadrante dei secondi fu tolto. Purtroppo, malgrado i due quadranti gli orologi continuavano a essere molto scomodi e ingombranti e poco pratici.
Ma a quei tempi la gente e la moda voleva su ogni uomo o donna un orologio, come accessorio indispensabile.
E così tutte le botteghe si lanciarono su questo nuovo prodotto. Anche nel laboratorio dove viveva Mayar si imparò a realizzare i nuovi orologi.
Per il ragazzino fu una manna dal cielo, perché gli orologiai inesperti producevano una quantità maggiore di scarti. Ma per quanto sperasse, solo dopo molti mesi era riuscito a trovare un piccolo quadrante, scheggiato.
Mayar però non si dette per vinto e, ogni sera quando stringeva tra le mani la scopa, sperava di trovare nuovi pezzi.
Forse era la mano del destino che lo portò a quella decisione, forse il buon

senso, ma la scintilla partì proprio mentre rimuginava a ciò che aveva detto il mastro orologiaio: "Corpo di mille lancette, questi nuovi orologi sono un tormento. Mi piacerebbe metterli uno sopra l'altro e schiacciarli, a martellate, fino a farli diventare un tutt'uno di rotelle, molle e… ." Gridò arrabbiato.
Da quelle parole arrivò l'idea.
Si mise subito al lavoro e così al quadrante delle ore, con un pennellino fine, aggiunse, tra i numeri, le righette dei sessanta minuti. Poi prese due lancette e le montò in maniera che, ogni volta che quella dei minuti percorreva un giro del quadrante, quella delle ore, ben più lenta, si sarebbe spostata solo da un numero all'altro.
Infine sistemò gli ingranaggi del movimento al disotto del quadrante. Montò tutto su una semplice striscia di cuoio, lunga poco più del suo polso e poi … e poi le palpebre si fecero talmente pesanti che si addormentò.
«Svegliati per di giorno.» Gli urlò il mastro Lamontre. «Scendi dal tuo letto e vieni a lavorare!!».
Mayar senza farselo dire due volte scese dal letto e così una pioggia di pezzi d'orologio cadde sul pavimento, facendo un rumore infernale.
Fortuna vuole che Lamontre non se ne accorse.
Arrivò in bottega e tutti gli operai orologiai erano già in posizione per sincronizzare gli orologi. Mancava solo lui.
Corse al suo posto e alzò le mani verso l'orologio che gli stava davanti quando… «Corpo di mille lancette arrugginite, che cos'è quella diavoleria che porti al polso, microbo di un ragazzo!» Gridò il mastro orologiaio rosso in volto e proseguì dicendo: «Come fai ad avere le mani libere per questa difficile operazione?» Mayar provò a giustificarsi farfugliando: «Nooonnn, èè niente solo una prova, un orologio.»
Lamontre fatti tre passi era da lui. Le sopracciglia bianche non stavano mai ferme e la barba, anch'essa candida si agitava, ondeggiando di qua e di là. «Dammelo» gli intimò. Mayar lo guardò con riluttanza poi se lo sfilò e glielo porse. Il mastro orologiaio lo guardò con molto interesse, rigirandolo tra le mani, poi lasciando cadere le braccia lungo i fianchi disse: «Pensavo che fosse una buona idea, ma non riesco a capire qual è la lancetta delle ore e quella dei minuti, inoltre ci sono troppi numeri». Poi lo ripose su una mensola e sollecitò gli operai: «Su, su, ora ognuno al proprio posto. Abbiamo perso abbastanza tempo!»
In seguito a quel triste momento Mayar divenne mogio mogio e, per tutto il giorno, si spostava molto silenzioso nella bottega, trascinando i piedi senza più raccogliere con bramosia i pezzetti degli orologi che venivano scartati. La sera non mangiò; in punta di piedi si ritirò di sopra, nel suo letto, ma prima di salire la scala a pioli, andò a riprendersi il suo orologio.
Appena arrivato sul pianerottolo, fatti pochi passi, si ferì la pianta dei piedi. Non si era ricordato che al mattino, scendendo di corsa, i pezzi degli orologi erano caduti ovunque.
Si sedette sul letto e finalmente la frustrazione per il fallimento poté uscire come un fiume in piena. Pianse, pianse e pianse ancora. Si sentiva vuoto,

senza idee. Era stanco, arrabbiato e così afferrato il suo orologio, lo lanciò con forza contro il muro.
Schizzarono pezzi dappertutto che ricaddero a terra come una leggera grandine, sulle assi del pavimento del sottotetto.
Poi dispiaciuto, triste e avvilito dal fallimento, si rannicchiò nel suo letto e cercò di addormentarsi ma era talmente consumato dal fallimento che non riusciva a prendere sonno. Solo alle prime ore dell'alba lo sfinimento fu tale che gli occhi si chiusero.
Al mattino, quando era ora di svegliarsi, non sentì la moglie di mastro Lamontre che lo chiamava: «Mayar, Mayar, svegliati prima che mio marito ti svegli lui». Purtroppo lo sfinimento era tale che le urla non sortirono alcun effetto.
E… non passò molto tempo che Lamontre, da buon orologiaio che era, si accorgesse che il ragazzino era nuovamente in ritardo. «Quel ragazzo mi fa solo perdere tempo; è di nuovo in ritardo. Io lo sbatto per strada! Non so che farmene di un incapace come lui» penso. Nel frattempo si stava arrampicando su per la scala a pioli, come una furia ma … appena ghermito l'ultimo scalino, la sua rabbia evaporò improvvisamente. Le sue mani pronte a scuotere il ragazzino si fermarono. Il tempo stesso si fermò.
Lo sguardo perso a guardare quell'esserino rannicchiato nel suo giaciglio, bagnato dalle tante lacrime piante. Tutt'attorno il sogno di quel ragazzino, rotto, in mille pezzi, distrutto.
«Cosa ho fatto» pensò la Lamontre. Poi avvicinatosi, raggiunse Mayar, si sedette sul suo letto ed iniziò ad accarezzargli la testa e piano singhiozzava farfugliando: «Mi dispiace piccolino, non avevo capito quanto fosse importante».
Molto lentamente il ragazzo iniziò a svegliarsi, calmo e per nulla spaventato, cullato dalle manone di Lamontre e pian piano si spostò fino a riuscire ad abbracciarlo. «Cosa fai piccolino», gli sussurrò. Lui non disse niente ma, ormai sveglio, lo guardo con i suoi occhi blu. Lo aveva perdonato. In un istante che parvero ore, Mayar si mise a sedere accanto al mastro orologiaio. I due parlarono, si abbracciarono e piansero poi … accovacciati uno accanto all'altro raccolsero i pezzi dell'orlogio, del sogno del ragazzino. Misero tutto in una scatola e scesero di sotto.
Quel giorno non ci fu la sincronizzazione degli orologi e Lamontre rimandò tutti dalle loro famiglie. «Oggi è un giorno speciale, è il giorno della famiglia». Gli disse, stringendo tra le braccia Mayar. Quando tutti se ne furono andati, i due ripulirono un tavolo e vi deposero sopra la scatola. Poi dopo aver fatto colazione i due si sedettero al tavolo. «Ieri ho distrutto il sogno di un bambino, oggi lo aiuterò a costruire il futuro di un uomo» pensò.
Poi aggiunse:
«Dai cerchiamo di ricomporre il tuo orologio, dimmi cosa devo fare». Così i due, come un tutt'uno lavorarono alacremente all'orologio e pian piano i pezzi ritornarono al loro posto.
Purtroppo dal lancio della sera prima non tutto si era salvato. Lì tra gli ultimi pezzi, una lancetta era rotta a metà. Il ragazzino la prese tra le mani

e la rigirò. «Dai, vado a prenderne una intera» disse il mastro orologiaio. «No, aspetta, mi è venuta un'idea: questa corta sarà la lancetta delle ore mentre quella lunga segnerà i minuti, così si distingueranno sempre». Lamontre a sentire quella semplice spiegazione rimase di sasso! Non riusciva più a reagire minimamente. «Ho detto qualcosa che non va? Stai bene? Se non va bene possiamo cambiare» disse il giovane spaventato dalla reazione dell'anziano. «Noooooooooooooooooo!! Sei un genio!» gridò il vecchio, abbracciandolo con quanta forza aveva in corpo. «Hai trovato la soluzione, la soluzione, la soluzione!! Yuppi!»

Scese dallo sgabello e iniziò a ballare come un matto, battendo le mani, poi chiamò la moglie e gli spiegò la grande idea trovata da Mayar.

Lo abbracciarono e lo baciarono, danzando e cantando di gioia. Misero mano alla dispensa e alla cantina e i festeggiamenti si dilungarono fino a notte inoltrata.

Il giorno dopo, appena tutti gli orologiai furono nella bottega, Lamontre sprangò portone, finestre e li chiamò attorno al suo tavolo. Con un gesto da prestigiatore prese da un cassetto chiuso a chiave l'orologio di Mayar e gli spiegò il funzionamento. «Da oggi, dimenticate tutti i vecchi orologi; quelli con due o tre quadranti. Ci sarà un unico quadrante con tre lancette su un unico perno». Disse trionfante Lamontre.

Poi iniziò a spiegare tutti i particolari del nuovo orologio, smontandolo e, di come il ragazzo avesse trovato il sistema di mostrare ore, minuti e secondi su un unico quadrante. Terminate le spiegazioni, ordinò ai suoi orologiai: «Munitevi di carta, matite e di tutto quello che avete bisogno per mettere su carta questa grande idea».

Con le mani intanto li sollecitava, poi aggiunse: «Avete tempo fino a mezzo giorno perché è mia intenzione andare all'ufficio brevetti per farsi che noi siamo l'unica bottega che possa produrli».

Gli orologiai erano stupefatti dall'ingegno del piccolo Mayar e riprodussero con grande attenzione il meccanismo innovativo e i diversi dettagli.

A mezzogiorno tutto era pronto. I fogli furono arrotolati e infilati in un tubo di cuoio. «Non raccontate a nessuno quanto avete visto, di questa scoperta, diventeremo ricchi! Ah ah ah!» minacciò il capo mastro i suoi operai, mostrando il pugno chiuso poi, con fare burbero ma benevolo chiamò Mayar. «Su ragazzo, infilati le scarpe e vieni con me, dopotutto l'invenzione è tua».

I due, come se fossero padre e figlio, presero il treno e andarono in una grande città. Scesi dal treno, i due camminarono a lungo sull'acciottolato delle strade, schivando carrozze e ogni sorta i vettura traianata da cavalli, finché giunsero davanti a un palazzo enorme. Sulla facciata c'era scritto: «Ufficio brevetti e invenzioni». Entrarono e andarono a registrare l'invenzione del rivoluzionario meccanismo dell'orologio. Quando uscirono era ormai sera e il sole stava tramontando. Le ombre iniziavano a farsi lunghe e Mayar con Lamontre stanchi ma felici, ripercorsero la strada fatta quel mattino. Ora tra le braccia il ragazzo stringeva una lettera chiusa con la cera lacca. Dentro un documento che certificava l'appartenenza dell'in-

venzione a lui.
Il giorno dopo, nella bottega c'era gran fermento: infatti, tutti i vecchi orologi vennero modificati e ne furono creati di nuovi.
Poi sulla porta d'entrata venne affisso un cartello:

"Orologi Mayar, semplici e leggeri"
"Tutto in uno"

Tutto era pronto nella bottega, mancavano solo le persone che entrassero dalla porta per comperare e/o comandare i nuovi orologi.
Mayar, in quest'attesa, era tesissimo finché qualcuno bussò alla porta. Poi si aprì piano e sulla soglia apparve una signora ben vestita. Era la moglie del sindaco che veniva a ritirare l'orologio da polso del marito. Per ordine del mastro orologiaio anche le ordinazioni erano state modificate con la nuova invenzione. Così l'orologio ora aveva un solo quadrante con tre lancette. La signora inizialmente si arrabbiò: «Cosa avete fatto all'orologio di mio marito? Mancano due quadranti, come farà a leggere l'ora ed arrivare in orario ai suoi diversi appuntamenti?», «Signora non si proccupi», le rispose Lamontre che con poche altre parole semplici le spiegò il funzionamento del nuovo orologio. Lei imparò subito a leggere l'ora con il nuovo sistema e ne fu entusiasta al punto che ne comandò altri tre, uno per sè e gli altri due per i suoi figli, infatti erano talmente semplici e piccoli che anche i bambini potevano averli e leggerli; inoltre, dato che necessitavano di meno materiale, erano meno costosi.
Così, felice uscì dalla bottega stringendo in mano l'orologio del marito. Corse da lui e glielo mise, gridando di felicità e spiegando il suo funzionamento.
Come una valanga che scende a valle, ben presto la gente veniva da ogni dove per acquistare gli orologi prodotti nella bottega del ragazzo Mayar e di Lamontre. Ben presto la bottega si trasformò e diventò una vera e propria fabbrica, dove migliaia di operai lavoravano e dove ogni giorno uscivano migliaia di orologi pronti per partire in tutto il mondo e assolvere il loro compito, fissati al polso: segnare l'ora.

Elvira smise di raccontare, e con quelle ultime parole che mi risuonavano ancora nell'orecchio ecco che pian piano i rumori delle pinzette, dei cacciaviti e dei primi ticchettii si zittirono. La fabbrica di orologi evaporò come per incanto e attorno a me riapparivano le pareti della stanza del museo degli orologi con quelle migliaia di buffi orologi con tre quadranti, racchiusi nelle bacheche di cristallo.
Li osservai con rispetto perché ora conoscevo la loro fantastica storia.
Mi sentivo un po' come quel ragazzino e il fatto di poter usare in maniera corretta la sua invenzione mi riempiva il cuore di fierezza.
D'altronde era stato proprio un ragazzino come me a inventarlo. «Deve quindi essere semplice leggere l'ora» Pensai.
Così senza che zia Elvira mi vedesse, tirai indietro la manica della mia

giacca e segui le spiegazioni che mastro Lamontre aveva dato alla signora:
«Prima guardiamo dove si trova la lancetta corta e grossa, quella delle ore, e se si trova tra due numeri leggo quello più piccolo. Poi vado a cercare la lancetta lunga un po' più stretta rispetto a quella delle ore. Questa indica i minuti. Devo ricordarmi che ognuno dei dodici numeri sul quadrante divide i sessanta minuti dell'ora in intervalli di cinque minuti. Partendo dal dodici, aggiungi 5 minuti ogni volta che la lancetta lunga passa su un numero…»
Ci provai e con grande stupore ci riuscì. Ero felicissimo e saltai su sulla panchina dove eravamo seduti e iniziai a ballare.
Zia Elvira spalancò gli occhi alla vista di me che davo… che davo i numeri. Molto composta nel suo vestito verde, con un tono che non menzionava repliche, mi intimò di sedermi. Per cui obbedii immediatamente.
«Su, vediamo se la storia ha dato i suoi frutti». Disse zia Elvira.
«Dimmi che ora è?» Mi chiese.
Io con grande riluttanza e timore spostai la manica del maglione e … e feci un bel respiro.
«Respira piccolo mio, non aver paura». Mi disse la zia mettendogli una mano sul braccio.
«Sssono le dieci e … e diciasssssette». Dissi con un soffio.
«Bravo piccolo mio, proprio bravo». Si complimentò con me la zia, alzandosi in piedi.
La seguii, convinto che la visita fosse finita ma mi stupii quando la zia si incamminò per proseguire la visita del museo.
Attraversammo pian piano tutte le stanze e vedemmo montagne di orologi di ogni fattura, realizzati con materiali riciclati, con metalli preziosi, con gemme, con …. quasi da averne la nausea.
Poi nell'ultima stanza, dove il nastro rosso finiva c'era una raccolta di opere d'arte legate all'orologio; il mio interesse si risvegliò.
Appena dentro, zia Elvira mi spinse con fare rude ma affettuoso davanti a un quadro famosissimo, realizzato da un certo Salvador Dalì. Lì gli orologi sembravano sciogliersi come gelati al sole.
«Vedi il tempo si scioglie, ma la memoria persiste». Mi spiegò la zia.
«I secondi, i minuti e le ore si perdono nel tempo, non fanno parte dei ricordi della memoria. Vedrai Milo, momenti durati pochissimo li ricorderai come lunghissimi e importanti, viceversa istanti lunghissimi li ricorderai come brevi e futili. Questa è la relatività del tempo». Aggiunse la mia zietta preferita, come se volesse impartirmi un'altra lezioni.
Poi, mano nella mano, io e la zia uscimmo dal museo, ripercorremmo a ritroso i passi fatti qualche ora prima e, saliti sul treno ci sedemmo in attesa che il treno partisse. Ero stanco ma felice, stringevo con orgoglio il mio piccolo orologio ticchettante, al sicuro sotto il maglione.

Autore: Matteo Bonzanigo

FIOCCO KOCK

Fiocco Koch era un tipo solo un po' dispettoso e si arrabbiava molto a sentir dire che qualcuno lo definiva cattivo, brutto e anche sporco, ma si sa… l'effetto Pigmalione è come la bocca della Sibilla, dài oggi e dài domani quasi quasi aveva finito per crederci lui stesso, anche se questa cosa continuava a disturbarlo tantissimo. Abitava nella città di Frattalia, nel territorio di Matematica, nel regno di Gheometria, a poca distanza da Euclidea. Per molto tempo nessuno degli abitanti della sua città si era avventurato fuori dai propri confini. Addirittura ad Euclidea i più ne ignoravano l'esistenza. Però strane leggende raccontavano di creature misteriose e pericolose che pare vivessero aldilà dei boschi di Lobacevskij.

Un grande fiume, il Mandelbrot, segnava il confine della città di Euclidea, il suo corso era magnifico, scorreva quasi sempre dolcemente, disegnava anse sinuose e formava pozze che a tratti assumevano i colori della roccia sottostante: verde, turchese, azzurro… Il desiderio di bagnarsi in quelle acque veniva naturale, ma gli abitanti di Euclidea se ne guardavano bene. Da quando era corsa voce che qualcuno, di cui si è perso il nome, si era imbattuto in un mostro pronto a divorarlo, più nessuno osava intingere l'alluce in quelle acque. Ai piccoli, nel corso delle loro scorribande, era proibito avvicinarsi a quelle sponde misteriose.

Ad Euclidea viveva una gruppo di piccoli triangoli che godevano della fama di ragazzacci. Non c'era episodio in città che non li vedesse protagonisti, insomma erano come il prezzemolo, sempre dappertutto anche se non occorreva. Si intrufolavano negli affari dei quadrati, dei rettangoli, dei pentagoni, degli esagoni, addirittura in quelli dei cerchi…
Trasgredire alle regole era per loro un invito a nozze e, come possiamo immaginare, più volte si erano avventurati lungo il corso del fiume a caccia di "mostri": i loro discorsi non parlavano d'altro. I più audaci addirittura facevano tuffi spettacolari, ma mai nessuno di loro si era imbattuto nelle misteriose creature delle quali si parlava. Un pomeriggio di primavera, che annunciava l'estate ormai alle porte, il solito gruppo di triangoli aveva attraversato la verde pianura che conduceva al fiume. Il caldo invitava a bagnarsi in quelle acque tranquille, il primo a tuffarsi fu EFG, il più spericolato della compagnia, a ruota lo seguirono i più coraggiosi. Giocavano a tuffarsi, a spruzzarsi, ma la cosa che piaceva di più ad EFG era quella di lasciarsi trasportare dalla corrente del fiume, pancia all'aria, ad occhi chiusi… e anche quel giorno, egli, si trastullava con il suo divertimento preferito. L'acqua fresca gli trasmetteva piccoli brividi, la sensazione di essere senza peso era molto piacevole, i raggi caldi del sole gli baciavano gli occhi. Quel senso di benessere l'aveva totalmente catturato quando il fiume ad un tratto si fece più impetuoso e la corrente più forte. EFG si rese conto all'improvviso di essersi allontanato troppo

dal gruppo e cercò di riguadagnare la riva, ma un mulinello improvviso lo colse impreparato, pur nuotando abilmente si sentì afferrare dal gorgo e il panico lo colse; impaurito si agitava dimenandosi come una trota ubriaca. Aveva già bevuto un bel po' quando improvvisamente si sentì tirare fuori da quell'incubo. Sdraiato sulla riva semisvenuto, iniziava già a riaversi dallo spavento, il contatto con i sassolini arrotondati che gli ammaccavano i lati lo facevano sentire in salvo, vivo. Aprì gli occhi, ma con il sole in faccia, non mise a fuoco subito il suo soccorritore, quella sagoma confusa che gli si stagliava davanti. Di colpo, però, lo vide bene: era la creatura più bizzarra che avesse mai visto, una roba tutta arruffata, come non se n'erano mai viste ad Euclidea. Improvvisamente realizzò: il mostro! Raccolse tutte le energie superstiti, si rimise in piedi e scappò come una lepre, senza mai voltarsi indietro. I suoi amici lo cercavano già da un po', erano preoccupati per quella assenza durata ormai troppo e quando lo videro arrivare di corsa, come se avesse il diavolo alle calcagna, senza aspettarlo iniziarono a scappare anch'essi. Il coraggio che ostentavano solitamente si era di colpo dileguato. Quando finalmente si sentirono in salvo subissarono EFG di domande: "Cosa è successo? "Hai incontrato i mostri?", "Come erano fatti?", ma EFG non aveva voglia di parlarne, era il più tosto della compagnia e non voleva mostrarsi codardo, ammettere di aver incontrato un mostro ed essere fuggito lo avrebbe coperto d'infamia, lui che tutte le volte faceva lo spavaldo dicendo che se mai gli fosse successo di trovarsi faccia a faccia con uno di essi lo avrebbe sfidato, legato, catturato e poi lo avrebbe portato in città per farlo mettere in prigione. Giustificò la sua corsa raccontando di aver avvistato un grande nido di corvi, con i piccoli che schiamazzavano come matti. Lui aveva raccolto dei sassi e aveva cercato di far tacere tutto quel frastuono, ma non aveva fatto i conti con mamma corvo che, ritornata al nido, aveva visto i suoi piccoli in pericolo. "Allora lei si è precipitata su di me e ha iniziato a beccarmi, li vedete questi segni?" e ostentava le ammaccature, provocate dal contatto con i sassi, come fossero ferite contratte in una aspra battaglia. "Poi ho iniziato a correre per sfuggire a quella furia scatenata, ma mi sono difeso bene, solo qualche graffio". Gli amici osservavano con rispetto quelle piccole ferite, ascoltando a bocca aperta il racconto di EFG.

Nei giorni a venire la banda tornò ancora al fiume, EFG non poteva rifiutarsi, ma stava sempre con gli occhi aperti, sensibile ad ogni fruscio, ad ogni ombra; si lasciava coinvolgere nei giochi, attento, però, ad ogni minima cosa. I triangoli avevano scoperto un nuovo passatempo, c'era un vecchio salice che protendeva le sue fronde oltre la sponda del fiume, era molto divertente attaccarsi a suoi rami e poi lasciarsi cadere nell'acqua. Nel corso di quel gioco ripetitivo ogni volta che EFG riguadagnava la riva, un suo vertice veniva colpito da piccoli sassolini: "Smettetela di fare gli stupidi" rimbrottò i suoi amici, ma questi presi dall'euforia non lo ascoltavano nemmeno. Dopo l'ultimo sassolino, EFG alzò gli occhi in direzione di una grande quercia che sorgeva nei pressi, scrutò attentamente in quell'ammasso di foglie, ma non vide nulla. Ancora un piccolo sasso gli sfiorò un lato, guardò di nuovo nella direzione dalla quale era arrivato e finalmente lo vide. Il suo salvatore era lì, perfettamente mimetizzato in quell'intrico verde-marrone di rami e foglie. La creatura che lo aveva spaventato a morte gli sorrideva, ma il suo non era un sorriso beffardo, al contrario, era lo stesso sorriso dolce che poteva leggere sulla faccia di LMN, la triangolina che viveva a pochi passi da casa sua. EFG aveva il cuore in gola, nonostante la presenza dei suoi amici lo facesse sentire al sicuro; allo stesso tempo, però, non riusciva a smettere di guardare in direzione della quercia, il "mostro" era sempre lì con il suo sorriso e negli occhi il desiderio di partecipare anch'egli a quel gioco.

L'indomani EFG si avventurò al fiume da solo, con la volontà di rivedere quel tipo strano. Non aveva voluto seguire i suoi amici allo spettacolo che Mister Penrose, quello pseudo triangolo, teneva in piazza Cartesiana, l'aveva già visto un'altra volta e ormai conosceva perfettamente quel suo "simile" che credeva ancora di strabiliare con le sue superfici e i suoi angoli dalle misure assurde. EFG era arrivato al fiume, ma non osava tuffarsi, in acqua si sentiva più vulnerabile, iniziò a fischiettare e a spaventare i pesci lanciando dei piccoli sassi. Poi un sassolino colpì lui, alzò lo sguardo e lo vide, questa volta non era mimetizzato tra le fronde di un albero, ma nel profilo arzigogolato di una soffice nuvola. Il cuore gli batteva forte, ma sentiva di non aver più tanta paura. Disse: "Ciao", l'altro rispose: "Ciao". La conversazione era tutta qui, si scrutavano in silenzio, poi EFG disse: "Perché non vieni giù, se continui a rimanere lassù mi verrà il torcicollo". Ondeggiando nell'aria, come un fiocco di neve, la strana creatura atterrò a pochi passi dal piccolo triangolo. L'imbarazzo di entrambi era visibile, poi EFG ruppe il silenzio: " Sì, insomma ti volevo dire… grazie per avermi dato una mano l'altro giorno, potevo farcela anche da solo, sai noi triangoli abbiamo risorse infinite, ma grazie comunque" e l'altro: "Se lo credi davvero, io so solo che ti ho visto in pericolo, anche se eri buffo da matti, sembravi una tinca presa all'amo, comunque io sono Fiocco Koch, il tuo nome lo so già, ho sentito tante volte i tuoi compagni chiamarti, sembri quasi il loro capo". Questo riconoscimento inatteso, fece molto piacere ad EFG che di colpo si sentì più rilassato. "Io abito a Frattalia, vedi quella montagna lassù? Io vivo lì. È un posto bellissimo, da quell'altezza puoi ammirare dei paesaggi meravigliosi, da lì vedo il fiume e così ogni tanto vengo a seguirne il corso. Sai, l'ho seguito fino al mare, non è lontano da qui. Tu hai mai visto il mare?" EFG non l'aveva mai visto e l'espressione della sua faccia rispose per lui. "Allora se vuoi una volta potremmo andarci insieme, ti farò vedere delle cose magnifiche e ti racconterò di me". La conversazione proseguì tranquilla, ogni timore nel cuore di EFG era svanito, gli piaceva di quella strana creatura la sua

risata contagiosa e il senso di rilassatezza che emanava. Era quasi il tramonto, dovevano salutarsi. “Torni domani?” chiese Fiocco Kock. “Non so, sai io giro sempre con gli altri…” rispose EFG. “Va bene, quando tornerai da solo io sarò qui ad aspettarti e ti porterò al mare”. I due “quasi amici” si salutarono, Fiocco Koch si aggrappò ad una nuvola e si avviò verso Frattalia.
Nel cuore di EFG un groviglio di emozioni si agitava, moriva dal desiderio di raccontare tutto ai suoi amici, ma allo stesso tempo essere custode di quel segreto lo faceva sentire unico.

Nei giorni a venire il desiderio di tornare dal suo nuovo amico era forte, ma non sapeva come svincolarsi dagli altri, erano quasi sempre insieme…che scusa poteva inventare? EFG era fantasioso, ma non gli veniva in mente niente, decise che sarebbe andato da Fiocco e poi ci avrebbe pensato.

Una mattina uscì molto presto, era emozionato in vista di quella nuova avventura. Come aveva detto Fiocco? “Ti porto al mare”, al mare che lui non aveva mai visto.
“E se poi non c’è? Se non è venuto giù da Frattalia?” Pensare di non incontrarlo lo contrariava molto, ma Fiocco Koch era lì, appeso alle fronde del salice e intento a giocare come aveva visto fare ai triangoli. Appena lo vide gli corse incontro: “Alla buon’ora… pensavo non arrivassi più!”. “Come vedi sono qua, allora si va al mare?” chiese EFG.

I due amici si misero in cammino, costeggiarono il fiume percorrendone ogni anfratto. Ogni tanto Fiocco Koch si mimetizzava nelle sinuosità della riva e giocava a nascondino, EFG a volte faceva fatica a scovarlo e ciò creava in lui un sottile disappunto. Era uno svelto e vedersi giocare così lo indispettiva, ma allo stesso tempo era felice di essere in compagnia di quella strana creatura. Una piccola famiglia di tartarughe incrociò il loro cammino, i piccoli erano vivaci come mai ci si potrebbe aspettare da simili esseri. Fiocco salutò mamma tartaruga, scherzò con le piccole birbe e riprese il cammino con EFG. “Lei è una mia amica, si chiama Chicca la Dolce, ha avuto da poco i piccoli, la fanno diventare matta!”. Non aveva finito di pronunciare queste parole che il mare occupava già l’intero orizzonte.

EFG era sbalordito, quella immensa distesa d’acqua era incredibile confrontata al fiume nel quale si bagnava da sempre. Raggiunsero un’ampia spiaggia, la sabbia calda e fine stuzzicava i lati di EFG che si rotolava come un matto in quelle minuscole particelle levigate dal vento e dal tempo. Fiocco Koch era salito su un’alta duna di sabbia e scrutava l’orizzonte da quell’avamposto provvisorio. EFG lo raggiunse e il suo sguardo si perse in quelle distanze che parevano incolmabili. “Secondo te, quan-

to è lungo il tratto di costa che vedi fino a dove il tuo sguardo arriva?" chiese Fiocco. "Mah! Non saprei, dovrei misurarlo" rispose EFG.
" Che unità di misura sceglieresti, tu che vieni da Euclidea?" chiese Fiocco. " Beh! Potrei scegliere il metro o una certa apertura del compasso… allora potrei dirti la misura di quella costa". E Fiocco: " Sì, ma fai conto, se scegli le unità che dici non riusciresti mai ad avere una misura precisa, il metro va di metro in metro, l'apertura del compasso è quella che tu decidi, ma guarda qui…osserva questa linea che ho tracciato, il tuo metro salta questa piccola curva, così come l'apertura del tuo compasso. Alla fine avresti una misura della costa che non è quella reale, ma solo un'approssimazione di essa, molto approssimata, e poi rifletti…se commetti un piccolo errore su una breve distanza come questa, pensa che errore enorme diventerebbe su tutta la lunghezza reale della costa!". EFG non capiva dove il suo amico volesse arrivare.
Fiocco iniziò a recitare una strana filastrocca:

"Per colpa di un chiodo si perse uno zoccolo

Per colpa di uno zoccolo si perse un cavallo

Per colpa di un cavallo si perse un Cavaliere

Per colpa di un Cavaliere si perse la battaglia

Per colpa della battaglia si perse una guerra".

L'espressione stralunata sulla bocca di EFG fece sorridere Fiocco: "Dai non è così difficile, ragiona! Ogni piccolo errore trascurato si somma con gli altri e diventa un super-errore".
Dopo alcuni istanti di riflessione: "Caspita se è vero!" disse EFG. "Sono come le bugie dette alla mamma, ne racconti una, poi un'altra, poi ancora un'altra e diventi un bugiardo di professione."

Simili pensieri occupavano la mente di EFG, disorientandolo un po'. "Vedi", disse Fiocco , "Guardati intorno, le nuvole non sono sfere, le montagne non sono coni, i corsi dei fiumi non sono linee, le chiome degli alberi, le coste…quello che tu noti non è un universo arrotondato, lineare, ma irregolare, fatto di buchi, aggrovigliato, arzigogolato, intrecciato, contorto, ma attenzione: questi grovigli non sono assolutamente imperfezioni anche se sono estranei alle forme del tuo mondo. Prima ti avevo chiesto quanto è lungo il pezzo di costa che vedi, in realtà essa, in un certo senso, è infinitamente lunga, ma la risposta può dipendere anche dalla lunghezza del proprio righello o dall'apertura del proprio compasso. Se non prendessimo in considerazione le lunghezze inferiori al metro o all'apertura del nostro compasso, salteremmo curve e angoli minori di esse, ciò equivarrebbe a dire una bugia; invece, se utilizzassimo misure minori, la lunghezza della costa aumenterebbe, la misura si avvicinerebbe a quella che è la sua misura reale, cioè alla verità".

EFG ascoltava l'amico a bocca aperta, nonostante le difficoltà riusciva a seguire intuitivamente quel fine ragionamento. Fiocco continuò: " man mano che scegli un'unità di misura minore la lunghezza della costa aumenta senza limiti, perché ci saranno sempre baie e penisole che avranno innumerevoli sottobaie e penisole, che avranno sempre sottobaie e penisole, fino alle dimensioni infinitamente piccole dove forse tutto avrà termine. Amico mio le misure euclidee: lunghezza, larghezza, profondità, non riescono a cogliere l'essenza di forme irregolari. Quindi c'è bisogno di qualcosa che vada oltre, che le superi. Innanzitutto sarebbe più corretto parlare di dimensione: noi viviamo in un mondo tridimensionale, pensiamo oggetti bidimensionali, unidimensionali, senza dimensioni, come il punto, ma quale di queste potrebbe misurare l'irregolarità di quella costa? La risposta è: nessuna di queste. Occorre superare 0, 1, 2, 3 e pensare ad una dimensione diversa da esse, la sola capace di misurare le irregolarità, le interruzioni di un oggetto".

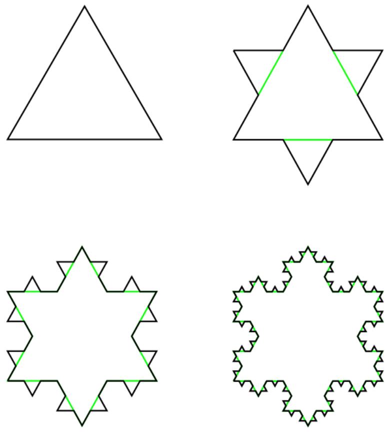
EFG seguiva i pensieri del suo amico, affascinato, ogni tanto doveva fermarsi a focalizzare un'idea, ma trovava il tutto estremamente intrigante anche se alcuni passaggi gli sfuggivano, come i pesci del fiume Mandelbrot.

"Concediamoci una pausa da questi discorsi, ti vedo un po' provato, certe cose hanno bisogno di tempo per essere comprese, andiamo a fare un tuffo!" I due amici raggiunsero la spiaggia, onde magnifiche frantumavano le loro creste sulla riva, per poi ricominciare daccapo. Si tuffarono in quelle acque trasparenti, il sapore del sale fu una scoperta per EFG, abituato al gusto dolce del fiume. Cavalcarono le onde facendosi trasportare da esse, ripetendo lo stesso gioco infinite volte. Poi si lasciarono cadere sulla sabbia riscaldata dai raggi del sole. Per EFG erano sensazioni mai provate, aveva fatto proprio bene a seguire Fiocco Koch, non si era mai divertito tanto. "Adesso che facciamo?" chiese EFG. "Non sei ancora stanco? ma quante risorse hai?", rispose Fiocco, "Allora se è così ti insegno un gioco, sono sicuro che non lo conosci, vediamo se lo impari alla svelta. Prendi quel bastoncino. Ora, sulla sabbia traccia un segmento, si così! Adesso dividilo in tre parti uguali, bene così, ora cancella la parte centrale. Vedi! Rimangono due segmenti uguali, adesso procedi come prima, dividi in tre parti uguali ogni segmento e poi cancella la parte centrale, e poi ripeti lo stesso procedimento di nuovo."

EFG eseguiva le istruzioni del gioco alla perfezione. Era giunto ad un punto in cui era difficile, con il bastoncino, dividere i segmenti che diventavano sempre più piccoli. Sulla sabbia rimaneva, infine, una strana polvere di punti, disposta in gruppi.

EFG si fermò esausto, il gioco era bello, ma cosa voleva dire? Improvvisamente nella sua mente una luce si accese: “Ci sono! Anche questo gioco è tutto spezzettato, rotto… centra con quello che mi stavi dicendo prima!”

L’espressione sul suo volto era davvero buffa, gli occhi erano diventati tondi come una palla da biliardo che schizza da una sponda all’altra. “Adesso capirai meglio” disse Fiocco. “Ora farai il mio ritratto sulla sabbia”. “Ma io non so disegnare”, obiettò EFG, “sono una frana, verrebbe fuori un ritratto assurdo, molto peggio di come sei. Ohps! Scusa volevo dire che…uffa! Ti farei più scarmigliato di come sei, io sono abituato solo ai contorni regolari, a forme poche impegnative, sì insomma… scusami non so quello che dico, ma tu pretendi troppo da me”. EFG era davvero in difficoltà, lui, il più sgamato di Euclidea, non era pronto a fare una figura barbina, ma il suo amico già gli porgeva un bastoncino appuntito invitandolo ad un’altra sfida. “Forza! Ti piacerà, così potrai cogliere la mia essenza e dire di conoscermi veramente bene”. EFG non potè fare altro che acconsentire a quell’invito. “Per prima cosa disegna un triangolo equilatero” disse Fiocco. “Ma come… volevi il tuo ritratto e adesso vuoi che disegni il mio…” proferì EFG. “Non preoccuparti” rispose Fiocco,”Segui tutte le mie istruzioni. Bravo, abbiamo il triangolo equilatero, adesso dividi ogni lato in tre parti, sì così, ora costruisci sulla parte centrale un triangolo equilatero più piccolo, vedi? Questo nuovo triangolo ha il lato uguale ad 1/3 del lato di partenza. Come puoi notare il perimetro iniziale era di 3 metri, adesso, invece è formato da 12 segmenti di 1/3 di metro, quindi è uguale a 4 metri. Ora ripeti lo stesso procedimento, costruisci un triangolo su ognuno dei lati dei nuovi triangoli, come vedi la lunghezza del perimetro aumenta di 4/3 e può crescere infinitamente nonostante l’area del poligono rimanga limitata. L’espressione sulla faccia di EFG non richiedeva parole.



Dài EFG! Questo è facile da intuire: una lunghezza infinita che racchiude un'area finita. Non fare quella faccia! Ora osserva me e osserva il mio ritratto, devo dire che sei stato bravissimo, vedi delle differenze? Non credo, penso solo che tu sia meravigliato dalla mia essenza. Il mio contorno infinito che delimita una superficie finita ti lascia senza parole, ma c'è di più. Guardami bene! Il mio contorno è più di una linea, ma è meno di uno spazio, però esso occupa uno spazio. È più che unidimensionale, ma è meno di una figura bidimensionale. Adesso osserva attentamente ogni parte di me e dimmi cosa noti". EFG aveva la testa che volteggiava come un palloncino gonfiato ad elio, tutte quelle novità, concentrate in un solo pomeriggio, l'avevano messo a dura prova. Allo stesso tempo, però, non avrebbe desiderato essere in nessun altro posto e con nessun altro. Si riprese dal quell'uragano di rivelazioni e parlò: " Tutto questo è stupefacente, osservo te e ciò che ho tracciato sulla sabbia. È il tuo ritratto spiccicato e poi…ogni tua più piccola parte è identica al tutto, come se tu avessi al tuo interno degli specchi che riflettono immagini identiche di te stesso, ma rimpicciolite e potrebbero farlo all'infinito. Non so cos'altro dire, sei l'amico più strano che io abbia mai avuto, ma sono felice di averti incontrato e poi sento che in qualche modo in te c'è una parte di me e in me una parte di te".

Fiocco Koch era felice, si sentiva bene, bello, non un mostro come qualcuno lo definiva, aveva trovato un vero amico e per di più ad Euclidea, la città che avrebbe voluto visitare da sempre. I due amici si abbracciarono e insieme si incamminarono lungo la spiaggia, in quell'ora che aveva indossato i colori dell'oro. Raccattavano piccole conchiglie tutte uguali, i cui involucri vuoti testimoniavano il loro compito assolto in quel grande gioco che li aveva voluti protagonisti. Un guscio di Nautilus attirò l'attenzione di Fiocco, lo raccolse e lo strinse al petto come un dono prezioso. Le sfumature del tramonto li accompagnavano, essi percorrevano le sinuosità della costa chiacchierando amabilmente, ogni tanto si fermavano ad osservare ciò che il mare aveva ributtato a riva, quasi a volerne fare dono. Oltre la baia Aurea, appena percorsa, sorgeva una casa dalla forma squadrata, si avvicinarono…all'interno di un ampio giardino c'era un uomo che stendeva una tela sulla nuda terra, poi questi iniziò a girarci intorno, lasciando gocciolare sopra essa della vernice fluida, delle robe sminuzzate e impasti di materiali insoliti che andavano a formare geometrie impossibili, evocanti foreste incantate. Egli sembrava danzare intorno a quella superficie, sembrava farne parte. I suoi movimenti sembravano appartenere a quella tela, non si percepiva la separazione tra essi e l'opera che andava creando. Quelle linee intrecciate avevano creato un intrico complicato. Proprio come diceva Fiocco Koch: le nuvole non sono sfere, le montagne non sono coni… la realtà non è liscia, ma è aggrovigliata… "Ma quell'uomo chi è?", chiese EFG. "Lo conosci?"

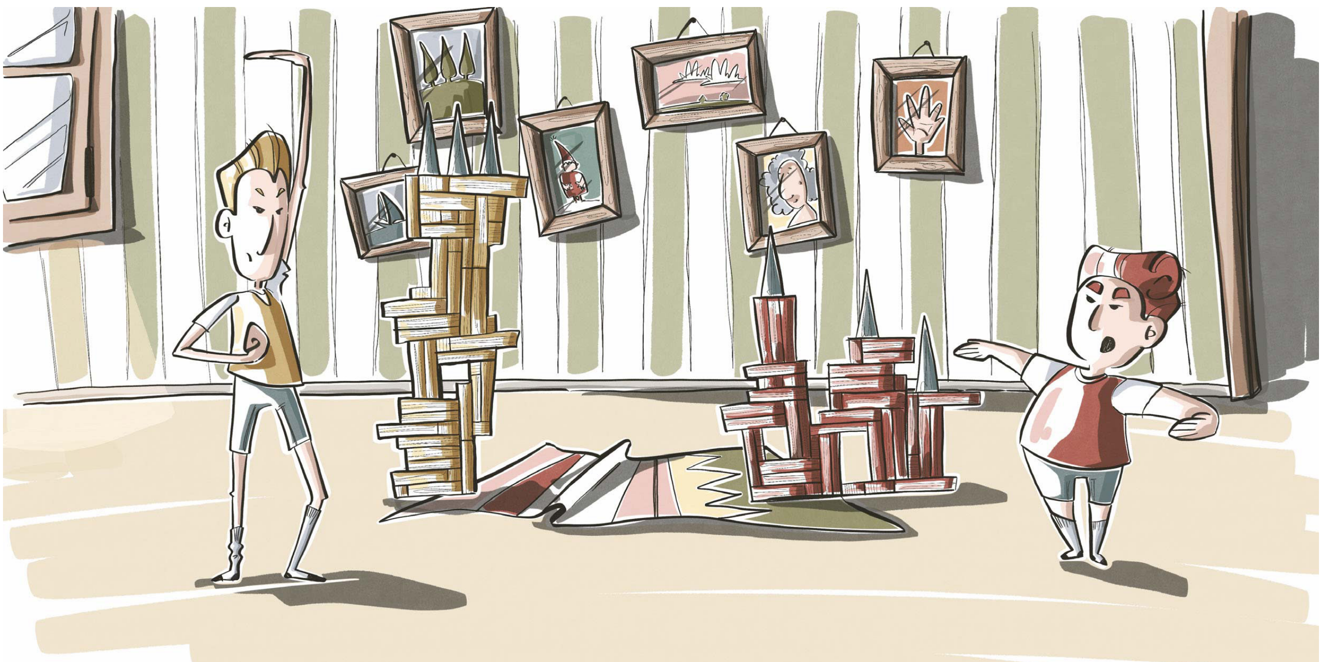
" È Jakcson Pollock, il pittore", rispose Fiocco Koch.

La sera iniziava ad allungare le ombre, pian piano avvolse i due amici nel suo tiepido abbraccio e li cullò al ritmo di quella danza di gesti e di colori.

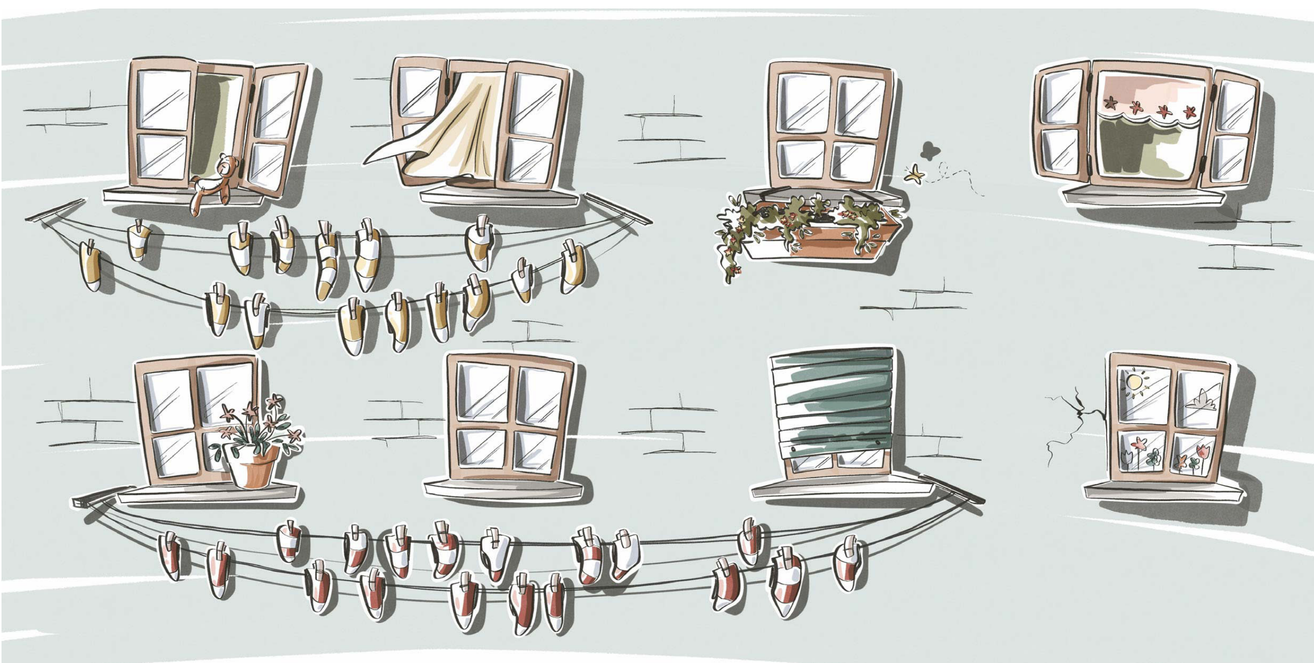
Autrice: Luciana Potena

I DUE CASTELLI

Accidenti all'influenza, e al raffreddore!
Marco e Andrea sono costretti a stare chiusi in casa... e fuori c'è un bel sole!
Papà è uscito con spigolo per fargli fare una lunga passeggiata, mamma sta trafficando in cucina… e i due fratellini si annoiano - Costruiamo un castello? - propone Marco - Tu costruisciti il tuo e io faccio il mio… e poi vediamo qual è il più grande - risponde Andrea.
Marco non è d'accordo, a scuola, con i suoi amici, costruisce castelli magnifici: la maestra gli fa sempre i complimenti. Lui è il fratello maggiore, a settembre andrà alla scuola dei grandi, è sicuro che il suo castello vincerà la gara, sarà lui ad usare più mattoncini!
- Finitooooo!
- Anche io ho finito!
Il castello di Marco è alto e con torri slanciate e sottili, il castello di Andrea è massiccio e robusto.
La mamma, passando nel corridoio, esclama - Come siete stati bravi! Sono bellissimi, quanti pezzi avete usato?
- Il mio è più bello! Ha delle torri altissime!
- Nooo! E più bello il mio! I nemici non potranno mai entrare in un castello con dei muri così spessi… e poi ci sono tantissime torri di guardia!



Come al solito litigano, succede così quasi tutti i giorni!
– Appena torna papà lo chiederemo a lui quale è il più grande – dice Andrea, molto sicuro di sé.
- Sta entrando ora, ho sentito Spigolo che…. - Spigolo è così contento di ritrovare i suoi piccoli amici che ha mandato in pezzi le loro costruzioni. Marco e Andrea lo perdonano, è solo un cucciolone sbadato.
Ma… come farà ora papà a decidere quale castello vince la gara dei mattoncini? Oramai sono tutti e due ridotti in pezzi…
- Che peccato per le vostre costruzioni! – dice papà – Spigolo, sei proprio un disastro! Erano sicuramente grandi e bellissimi! …nella scatola non è rimasto più nemmeno un mattone!
- Io ne avevo usati tantissimi perché le mie torri erano altissime!
- Non è vero ne avevo di più io perché avevo fatto delle mura molto robuste!
- Adesso li conto – dice Andrea - e poi vediamo chi ne ha di più!
- Anche io li conto… 1, 2, 3, 4 - Marco conta i mattoncini uno per uno - 12, 13, 19 e 30!
- Ma cosa stai dicendo, non si conta così! Dopo 13 c'è 14 e poi 15… - Marco sta per arrabbiarsi, cosa si crede suo fratello solo perché è più grande!
Mentre stanno litigando per decidere quale castello abbia più mattoncini Andrea si ferma a guardare fuori dalla finestra, incantato.
Forse ha trovato la soluzione… - Guarda, lo zio Alfonso ha molti più calzini del signore del secondo piano!
-… E se provassimo a mettere in fila anche i mattoni dei nostri castelli?
- No, Spigolo nooo!



Autrici: Chiara Franconi (testo) e Nora Gallia (illustrazioni)

IN UN MODO O NELL'ALTRO

- Voglio dire… farete i conti con questa cosa, in un modo o nell'altro.
Si girò verso noi studenti e percorse con lo sguardo tutta l'aula, cercando qualcosa.
- Se ci pensate, - continuò - è abbastanza deludente. Notevole, certo… ma anche deludente – fece una breve pausa - Anche io quando ero al vostro posto… insomma… sono teoremi che non ti aspetti.
Il professore, un uomo sulla quarantina, era di solito composto nel portamento e preciso nell'eloquio. Quella volta invece, terminati i vari passaggi, si era appoggiato sul lato corto della cattedra, le gambe a ciondoloni, la schiena leggermente incurvata. Tutti avevamo notato che era stanco: la dimostrazione era durata molto più delle due ore di lezione, e il custode aspettava impaziente di poter chiudere il Dipartimento.
– Eppure - riprese dopo una fugace occhiata all'orologio da polso – non c'è scampo: con i teoremi di incompletezza Gödel ha… dimostrato… che non è possibile dimostrare la coerenza dei numeri naturali… la base di tutta l'aritmetica… o almeno non attraverso la stessa struttura di assiomi che li genera. In un certo senso… insomma… per avere qualche certezza… bisogna uscire dal sistema. Ma la base dell'aritmetica, e quindi tutta la matematica, è in un certo senso… insicura. Questo di solito crea qualche grattacapo…
Il professore rimase assorto per qualche secondo.
Poi all'improvviso si ricompose, risoluto, e sembrò ritornare quello di sempre. Diede ancora un'occhiata all'orologio mentre raccoglieva frettolosamente gli appunti dalla cattedra.
- Oppure bisogna che non vi interessino molto questi discorsi…- disse frettoloso guardando a terra – In effetti…nella prossima lezione vedremo come circoscrivere la questione; ci sono altre teorie, assiomi abbastanza rassicuranti e teoremi che… -

Terminata la lezione, uscii fuori su via Zamboni. Benché fosse novembre inoltrato, rimasi con il giaccone aperto: l'umidità e la nebbia penetravano fin dentro le ossa, ma non mi importava e non sentivo freddo. Avevo bisogno di aria.
Arrivò il messaggio di Luca, di raggiungerlo subito all'Iguana. Dovevo studiare, ma decisi ugualmente di andare.
Procedevo a ritmo incostante sotto i portici; il passo era incerto, aderente ai pensieri. Quando giunsi davanti alla Chiesa di San Donato, suonarono le campane; me ne accorsi e alzai la testa. Fu bello, per un momento pensai che la certezza fosse sopravvalutata, e che Gödel non fosse poi così importante.
In venti minuti arrivai all'Iguana. Entrando, non tolsi subito il giaccone. La differenza di temperatura con l'esterno aveva appannato le ampie vetrate del locale, così non si vedeva nulla di quello che succedeva in strada. Le casse diffondevano swing anni '30 che, unito al chiacchieric-

cio, conferiva a tutto il locale un clima da focolare. Il palco in fondo era predisposto per una serata di microfono libero. Luca invece era seduto a un tavolino vicino al bancone.
- Cos'è successo? Hai una faccia… - disse quando lo raggiunsi.
Non avevo voglia di parlare dei teoremi e di tutto il resto. Come si fa a dire certe cose?
- Niente – risposi, - Giornata così.
Andai al bancone e chiesi una birra. Poi ci ripensai, richiamai il barista e cambiai la birra con un gin tonic. Mentre aspettavo il cocktail diedi un'occhiata in giro. Nel locale c'erano già parecchi studenti provenienti da diverse facoltà. Si capiva dalle tipologie di vestiti. Andavano all'Iguana, finite le lezioni, per smaltire la quantità di informazioni acquisite durante la giornata. Anche io ci andavo per quel motivo, e anche perché negli ultimi tempi la matematica era diventata una cosa un po' troppo seria.
Vidi Luca che si trastullava con la mia sedia: la teneva in equilibrio su una sola gamba, ruotandola attorno al dito indice che faceva da perno. Arrivò il mio gin tonic, pagai e tornai da lui.
- Comunque, - dissi – bisogna fare qualcosa.
- Sono as-so-lu-ta-men-te d'accordo - rispose lui.
Di lì a pochi minuti arrivarono gli altri. Qualcuno, scherzando – ma oggi so che non si scherza mai troppo in questo genere di questioni - disse che nel tragitto aveva incontrato la donna della sua vita. Presto iniziammo a ridere e prenderci in giro e tutto andava bene, non pensavo più alla lezione.
Poi dissero che il palco era disponibile e il microfono aperto a chi volesse recitare qualcosa. Guardai Luca e sogghignai pensando alle due o tre volte in cui se ne era uscito raccontando una storiella che aveva fatto ridere solo gli amici. Con un cenno del capo Luca fece di no. Non era serata.
Invece andò una donna sulla trentina, minuta e molto carina, con capelli biondi e mossi, il viso paffuto e il naso alla francese. Salì sul palco con un passo spavaldo che stonava con la dolcezza dei lineamenti. Si avvicinò al leggio tenendo la birra in mano. Nel locale si fece il silenzio.
La donna disse che non era salita per leggere, ma che voleva dire una cosa.
- Beh, - iniziò, - ieri ho lasciato il mio ragazzo, Roberto. Roberto è un tipo molto serio, e mi andava bene; aiuta nelle cose della vita, no?
- A mio avviso…a volte esagera, ad esempio quando si lascia andare a certi discorsi: la guerra in Ucraina, la questione dei rapporti tra Russia ed Europa in fatto di commercio di gas. Insomma, cose sulle quali io ho una precisa opinione: preoccuparsi non serve a nulla; tantomeno serve parlarne in termini approssimativi. Tempo sprecato, a mio avviso.
Io ero d'accordo con lei, tempo sprecato, ma qualcuno mormorò suoni di disapprovazione.
- Comunque, - continuò la donna, per nulla intimorita – nella vita sono

impiegata, ma vorrei diventare disegnatrice. Non sono un'illusa, so che è difficile, ma ci sto mettendo parecchie energie e speranza, e sono piuttosto brava.
– Beh. Ieri sera stavo disegnando in cucina, sul fuoco c'era il brodo. Mi raggiunge Roberto, dà un'occhiata al foglio, sospira. A me quel sospiro non piace e glielo dico. Lui tergiversa e va attorno ai fornelli. Io gli fisso la schiena, non demordo e domando spiegazioni. Lui continua a guardare il pentolino, poi inizia a dire che dovrei smetterla con quelle cose, che a trent'anni un indirizzo alla mia vita l'ho già dato e che dovrei accettarlo. Io rimango attonita. Lui tace per qualche secondo. Poi dice: "è una cosa con cui devi fare i conti, in un modo o nell'altro". Allora mi alzo, dico "ok", vado in camera, preparo una valigia con un po' di vestiti, poi esco senza voltarmi.
Nell'alzarsi di scatto, Luca fece cadere la sedia: iniziò a battere le mani, tutto il locale lo seguì, qualcuno urlò "uh uh", la donna si inchinò teatralmente. Iniziai anche io ad applaudire, subito dopo aver buttato giù l'ultimo sorso di gin tonic.

Autore: Alberto Bareschi

L'ORGOGLIO DEI NUMERI ARCOBALENO

Fin da bambino, alla ricerca di un modello di vita, mi sono accorto che i numeri potevano fornirne uno invidiabile.
Avevo intuito il loro segreto e ne godevo immensamente: belli e semplici. E pure refrattari alle beghe terrene. Incarnavano la mia aspirazione.
Vivevano nel loro mondo, incuranti di ciò che accadeva intorno; anzi, stavano lì a farsi beffe di chi non li afferrava, di chi li malediceva. Bellezza e semplicità. Null'altro da capire, né da carpire.
Amarli per me era una tendenza decisamente naturale e mi disorientava che per la maggioranza dei miei compagni e delle mie compagne non fosse così. Col tempo me ne sono fatto una ragione: non si possono avere gli stessi gusti sulla Terra, o no?
Alle elementari eravamo in tre ad essere diversi: Ugo, Silvia ed io. Alcuni ci invidiavano, qualcun altro ci allontanava, altri ci corteggiavano proprio per questa nostra diversità. Eravamo quelli che quando la maestra Torrisi passava agli esercizi di aritmetica o di geometria ci si spalancava il sorriso, gli occhi si illuminavano, il cuore cominciava a battere forte e la sudorazione delle mani aumentava. Così almeno accadeva a me.
Stessi sintomi quando vedevo lui: Luca. Il mio principe azzurro, colui che pareggiava, in bellezza, i numeri. Addirittura. Sì, Luca. Amarlo per me era decisamente naturale, e mi disorientava che per gli altri maschi non fosse così. Me ne sono fatto anche qui una ragione: come per i numeri, non si possono avere gli stessi gusti sulla Terra, o no?
La tendenza, nel tempo, non si è affievolita. Anzi, ha segnato la mia esistenza.
Me la sono ritrovata scritta nera su bianco sul diploma di maturità scientifica: "Nelle prove d'esame il candidato ha pienamente convalidato il giudizio espresso dal consiglio di classe, evidenziando una preparazione sicura, frutto di un rigoroso metodo di studio; mostra tendenza per gli studi matematici".
La tendenza mi ha poi condotto ad incontrare gli omomatematici, ovvero quegli esemplari (dai più famosi, come Alan Turing, ai più comuni compagni di studi
universitari, come Sergio) con entrambe le tendenze: il pallino per la matematica e il bernoccolo per la gaiezza.
Mi ha regalato anche l'opportunità di approfondire la storia dei numeri, fin dalla loro nascita, immergendomi nell'irrisolto dilemma tra necessità di inventarli o di scoprirli. L'idea dello zero. Di infinito. La scoperta - povero Pitagora!, e sciagurato anche Ippaso... – della radice quadrata di 2. Il pigreco, che non è il misero treqquattordici al quale tutti i profani lo degradano. E come lui, il numero e. Una storia, n storie, tutte affascinanti, quanto la formula più bella della matematica, che li tiene sorprendentemente uniti.
Alla fine, dopo cinquant'anni di matematica sulle spalle, metà dei quali di insegnamento defatigante, ho capito che forse il problema sta nelle parole.

Bisognerebbe chiamarli diversamente, i numeri.
Negativi, irrazionali, immaginari, complessi, decimali, illimitati, periodici, trascendenti, transfiniti. Non va affatto bene. Evocano difficoltà, cupezza, artificio. Poi dice che uno prende il libro e lo chiude sconsolato. Anzi, non lo apre proprio e addio per sempre alla matematica.
Ai numeri servirebbero altri aggettivi, altre parole, altre suggestioni. Un correttore di bozze, un consulente pubblicitario, un marchettaro del marketing.
Fosse per me lascerei i numeri interi, i pari, i naturali, i primi. Questi funzionano e infatti fin lì tutti li studiano. Già alla definizione degli altri, i non-primi, ecco che ci si perde: i numeri composti non piacciono più. Suggeriscono complessità, disomogeneità. Scartiamo anche i dispari – gli odd – che significano strano.
I numeri perfetti, invece, non sono male. Però già qui nasce un problema: alzi la mano chi sa quali siano i numeri perfetti. No, non sono i nostri preferiti, quelli della data di nascita di una vita o di un amore, ma gli interi uguali alla somma di tutti i propri divisori (come il 6 che è uguale a 1+2+3, o il 28 che si ottiene con 1+2+4+7+14; i numeri stessi vanno chiaramente esclusi dal computo). Non ce ne sono molti, cinquantuno per l'esattezza, sempre che nel frattempo qualche mente calcolante non ne abbia scovati altri. Chiamarli perfetti però non funziona, perché ce li fa pensare come numeri buoni. I quali ovviamente non esistono, eccetto quelli che vorremmo uscissero al Lotto una volta giocati o quello mancante nella nostra cartella della tombola. Ma è meglio non mischiare il sacro con il truffaldino: affermare che ci siano quelli buoni significa postulare anche i numeri cattivi, ed è peggio che andar di notte, essendo le nostre vite già ampiamente pervase dalla superstizione (tanto per dire, la fila 17 sugli aerei non esiste...). Così i numeri quasi perfetti, ovvero i difettivi oppure gli abbondanti: oh no!, i numeri non partecipano delle nostre miserie, al più ne sono diffidenti spettatori.
Eppure la storia dell'umanità è ricca di concezioni mistico-filosofiche che usano numeri per simboleggiare la perfezione con la p maiuscola o, all'opposto, la massima imperfezione. Il 3 della Creazione, il 4 Sacro indiano, il 5 dell'Anima, il 7 della Vita, per dirne quattro. A ciascuno il suo numero-dio, ad ogni popolo il suo feticcio, e già questo basta a declassarli tutti a numeri terrestri, caduchi, comunissimi. Per tacere dei numeri della malvagità, del demonio, delle tenebre (666, vade retro!). Date retta a me, lasciamo perdere.
Meglio, molto meglio concentrarsi sul numero d'oro. È meraviglioso, ma pochi sanno cos'è. Il nome, forse, è il migliore che si possa pretendere, ma certo non gli ha procurato la fama che merita. Tutti dovrebbero conoscerlo, il fantastico φ, e amarlo. Andate a scoprire o a riscoprire quell'1,6180339887498948482045868343656..., risolvendo l'equazione $x^2-x-1=0$ o ammirando il Partenone. Adesso la sua immagine si sta riprendendo, grazie anche ai numeri di Fibonacci cui è clamorosamente legato. Bisognerebbe farci una bella trasmissione: una fiction su Rai 1,

un reality su Rai 2, un'inchiesta su Rai 3, una telenovela su Rete 4, un quiz su Canale 5, una sit-com sul 6, un talk-show su La 7, tanto per stare sui numeri. I titoli potrebbero recitare: "Caccia all'oro!", "Amici del numero aureo", "L'enigma d'oro", "Beautiful gold", "Numero d'oro: zecchino o patacca?", sai che ascolti!
Belli anche i palindromi, sebbene un po' banali. O i numeri amicali, che sono quelli uguali alla somma dei divisori dell'altro (220 e 284; 1184 e 1210). Legati per sempre tra loro, come i famosi numeri primi gemelli, ovvero le coppie di primi dispari consecutivi: 3 e 5, 11 e 13, 71 e 73, passando per 1.000.000.000.061 e 1.000.000.000.063, e via così congetturando verso l'infinito. Se poi ci allarghiamo un po', possiamo imbatterci nei primi cugini e perfino nei primi sexy: esistono, esistono, come la coppia (11; 17) o (17; 23; 29) se preferiamo le terne.
Concludendo, direte: sono troppi e pure caotici. Capisco: la testa vi scoppia e disperate di poterli incontrare, conoscerli e farveli amici. Ma allora perché non raggrupparli tutti in un unico, bizzarro, travolgente, stravolgente insieme? Ecco la mia proposta: chiamiamoli numeri arcobaleno, tuttə orgogliosə delle proprie identità a sfilare nei Pride per le strade del mondo!

Autore: Fabrizio Picciolo

UN BRUTTO PERIODO

Nell'antica terra di Mathema si trovava la regione di Numerandia. Qui gli abitanti erano tanti (contarli tutti sembrava impresa impossibile) e da sempre si vedevano numeri di tutti i tipi: grandi e piccoli, lunghi o corti, importanti per qualcuno e insignificanti per altri. Negli ultimi tempi, tuttavia, c'erano dei nuovi arrivati che fin da subito avevano attirato l'attenzione di sguardi incuriositi, perplessi o pieni di disappunto. Non erano di certo ben visti dagli altri, quindi, e questo era dovuto a quella lunga e noiosissima sfilza di cifre che continuava a ripetersi uguale a se stessa dopo la virgola, così lunga da non vederne la fine. Con quell'aspetto, oltre che poco eleganti, erano davvero ingombranti; quando là fuori c'era qualcuno di loro camminare e andare in giro non era sempre semplice per il fatto, quasi certo, di inciampare in quella coda interminabile.

Ma loro, i periodici, con il tempo avevano trovato una soluzione. Quando non volevano avere noie o volevano fare bella figura si mettevano sopra alle prime cifre che si ripetevano un trattino tanto semplice ma dagli effetti inaspettati. Era come se quel trattino riuscisse a trattenere in uno spazio piccolissimo quell'infinità di cifre. Sicuramente questa soluzione, oltre che conferire un aspetto più consono a stare con gli altri, facilitava molto le relazioni. Tuttavia un bel giorno (o forse un giorno brutto), proprio quando sembrava che la novità di questi nuovi numeri non fosse più una novità, ecco che successe l'imprevedibile. Uno dei periodici, con il suo bel tratto poggiato sopra, se ne stava andando in giro in santa pace quando improvvisamente sentì un gran rumore giungere dall'alto e poco dopo un dolore forte sulla testa. D'un tratto il suo tratto si ruppe. Si sentì addosso tutto il peso del danno subito. Dove prima c'era un bel segno dritto dritto che copriva quello che si ripete ora c'era una linea spezzata e storta. Mentre prima il segno da portare era elegante e liscio questo nuovo era tutto zigzagante. Se un attimo fa il suo tratto stava solo sopra e lasciava fuori la parte intera ora, per la paura della botta, il numero si era tirato indietro ed il suo bel segno si era tutto accartocciato. Il numerino, poverino, ora è chiuso sopra e davanti, messo così non sa più dove andare fino a pensare, per lo sconforto, se fosse il caso di rimaner fermo e metter radice.

Da quel giorno se ne andava in giro con tanta vergogna non solo perché non aveva più il suo bel periodo ma anche il suo tratto dritto sopra; messo così si sentiva tanto diverso rispetto a prima, senza la sua bella coda da esibire. Effettivamente qualcosa di importante era successo. Non solo l'aspetto era cambiato ma anche il suo valore. L'incidente aveva lasciato il segno nella vita del piccolo numero ma ancora di più nella storia di tutta la regione.
Era stato un cambiamento radicale.

Autore: Gianluca Perugini