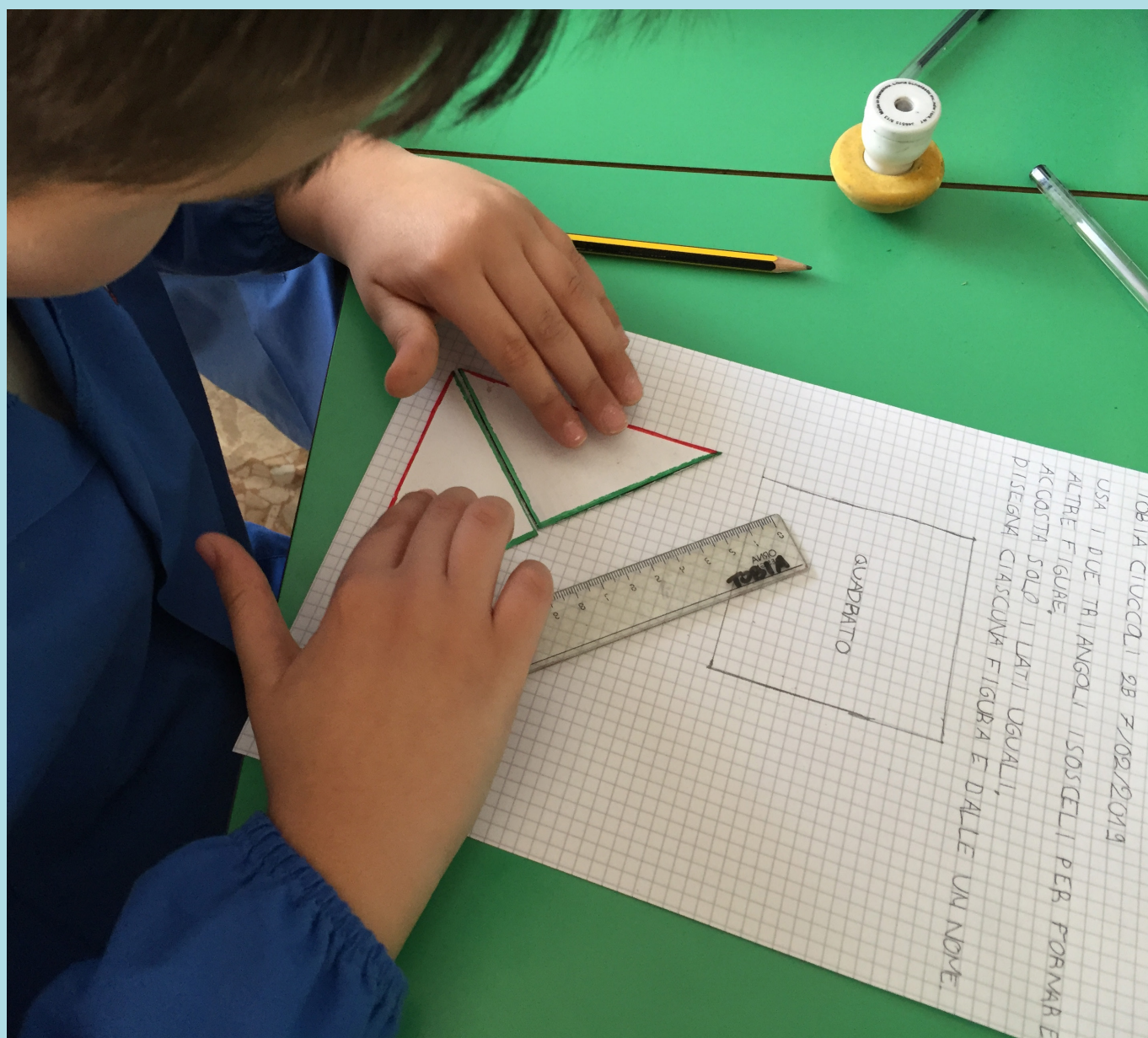


Incontri ravvicinati... con i triangoli



Titolo

Incontri ravvicinati... con i triangoli

Autori

Anna Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Janna Nardi,
Floriana Paternoster, Daniela Rivelli, Daniela Zambon
(Mathesis Pesaro)

Sede di lavoro

Circolo Did. Fano San Lazzaro – I. C. "A. Gandiglio", Fano

Età

7 – 14 anni

Parole chiave

Modelli dinamici; figure piane; area; perimetro;
argomentazione

Vengono presentate di seguito quattro fasi laboratoriali che utilizzano materiali didattici ideati e sperimentati nelle classi dal gruppo delle autrici; i materiali, descritti e rappresentati all'interno delle schede, vengono costruiti in aula dagli stessi allievi.

1. Presentazione

Vengono presentate di seguito quattro fasi laboratoriali che utilizzano materiali didattici ideati e sperimentati nelle classi dal gruppo delle autrici; i materiali, descritti e rappresentati all'interno delle schede, vengono costruiti in aula dagli stessi allievi. Si tratta di artefatti semplici, realizzati con carta, cartoncino e filo elastico; quelli utilizzati nelle fasi 2 e 3 sono caratterizzati inoltre dal dinamismo, cioè dalla presenza di elementi mobili che consentono di visualizzare situazioni geometriche in continuo cambiamento. Il percorso proposto prevede fasi di complessità crescente; in via orientativa, le prime due (fase 1a e fase 1b) sono rivolte ad allievi di scuola elementare – a partire dalla classe seconda – mentre le altre si possono presentare anche in classi di scuola media e, per alcuni approfondimenti, si possono coinvolgere allievi di 14-16 anni. Come si vedrà, infatti, gli strumenti di lavoro proposti sono molto versatili e si prestano ad essere utilizzati a diversi livelli di approfondimento. In tutti i casi, essi si pongono come rappresentazioni non statiche di situazioni geometriche, contrariamente al disegno, prevalente registro di rappresentazione utilizzato nei libri di testo e frequentemente anche in classe. Di fronte agli occhi dei ragazzi, quindi, si presentano scenari che si vanno modificando: figure che si trasformano l'una nell'altra, ad esempio, o che acquistano caratteristiche differenti. L'attenzione dei ragazzi si rivolgerà spontaneamente – in genere – a ciò che varia. Sarà cura del docente indirizzarla anche a ciò che non varia, in quanto gli invarianti rappresentano la “materia prima” per le generalizzazioni e quindi, in ultima analisi, per la formazione dei concetti.

L'uso di materiali concreti nelle attività di classe rappresenta un forte stimolo alla motivazione: mette gli alunni in posizione di scoperta, ne stimola la curiosità, le capacità di osservazione, analisi e verbalizzazione; contribuisce all'organizzazione del pensiero e facilita pertanto l'elaborazione dei concetti. Il dinamismo in alcuni dei materiali presentati produce delle variazioni che mettono in evidenza relazioni causa/effetto, dapprima in senso spaziale e cronologico poi logico-deduttivo. Dal punto di vista dell'organizzazione del lavoro, i momenti iniziali di ogni percorso possono essere affrontati individualmente o a coppie, a scelta del docente. Successivamente si passa, sempre, alla condivisione di osservazioni, analisi e congetture attraverso momenti di discussione collettiva. Nel corso di questi dibattiti gli alunni sono messi in condizione di esporre le loro idee sottoponendole al vaglio della classe e del docente. Devono quindi dare forma verbale al loro pensiero, acquisendo ed utilizzando il linguaggio specifico che l'insegnante avrà cura di introdurre ogni volta che se ne manifesta l'opportunità. Le argomentazioni così formulate sono il prodotto di processi metacognitivi attivati e rappresentano un primo passo verso semplici dimostrazioni.

Negli allegati proposti si trovano approfondimenti possibili, anche con collegamenti ad argomenti non geometrici. Viene altresì presentata la scheda di costruzione del modello utilizzato nella fase 2. Infine, proponiamo ([Allegato 1.1](#)) alcune riflessioni più dettagliate sulla metodologia di lavoro e sulla gestione dell'attività in aula.

2. Descrizione Fasi

FASE 1a: Costruzione di figure a partire da triangoli rettangoli

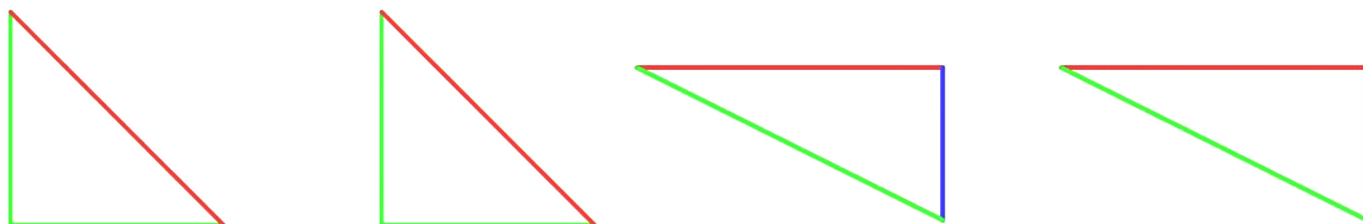
Ogni alunno riceve: un quadrato di cartoncino bianco (misura lato cm 10-12) e un rettangolo dello stesso materiale (dimensioni: circa 10 x 15 cm; le dimensioni sono indicative. Si tenga presente che con gli alunni più piccoli potrebbe essere necessario “rimpicciolire” le figure così che possano ricalcarle quando le devono disegnare). Con matita e righello, gli alunni disegnano una diagonale in ciascuno dei due quadrilateri; tagliano lungo la diagonale, in modo da ottenere:

- dal quadrato, due triangoli rettangoli isosceli congruenti;
- dal rettangolo, due triangoli rettangoli scaleni congruenti.

Con dei pennarelli colorati a punta grossa, gli alunni bordano i lati delle sagome così ottenute, sia sul fronte che sul retro, in questo modo:

- triangoli rettangoli isosceli: lo stesso colore per i cateti, un colore diverso per l'ipotenusa (inizialmente si possono chiamare “lati corti” e “lato lungo”);
- triangoli rettangoli scaleni: tre colori diversi per i tre lati.

Al termine della fase di preparazione (durante la quale l'insegnante potrà introdurre e utilizzare motivatamente termini specifici quali: lato, vertice, scaleno, isoscele, cateto, ipotenusa ...) ogni alunno avrà così a disposizione il seguente materiale:



A questo punto, viene data la seguente consegna:

Costruire e nominare tutte le figure che si formano affiancando i lati uguali di due triangoli dello stesso tipo. Disegnare sul quaderno tutte le figure ottenute.

Dopo un tempo adeguato (10-20 minuti, a seconda della classe) si dà inizio alla fase di esposizione e confronto dei risultati; le figure individuate vengono tutte nominate e disegnate alla lavagna.



Si passa alla successiva consegna:

Confrontare area e perimetro delle figure ottenute, utilizzando di preferenza l'osservazione e il ragionamento.

Per affrontare questo compito, i ragazzi potrebbero ovviamente utilizzare strumenti di misura e anche, se la conoscono, la formula

per l'area del triangolo. Tuttavia l'insegnante può enfatizzare il ruolo dell'osservazione e del ragionamento, sottolineando che è possibile arrivare a conclusioni corrette senza utilizzare il righello. Non si chiede infatti di calcolare aree e perimetri, ma solamente di confrontarli (anche con quelli delle figure di partenza).

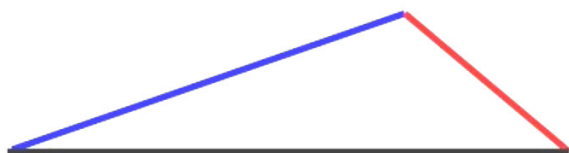
Allegato 1: soluzioni delle consegne fase 1a.

Allegato 2: dalla geometria ai primi passi nell'algebra.

FASE 1b: Costruzione di figure a partire da triangoli ottusangoli

Su cartoncino bianco gli alunni disegnano due triangoli ottusangoli scaleni uguali; come nella fase precedente, dovranno contrassegnare i lati con colori diversi, su ambo le facce delle sagome.

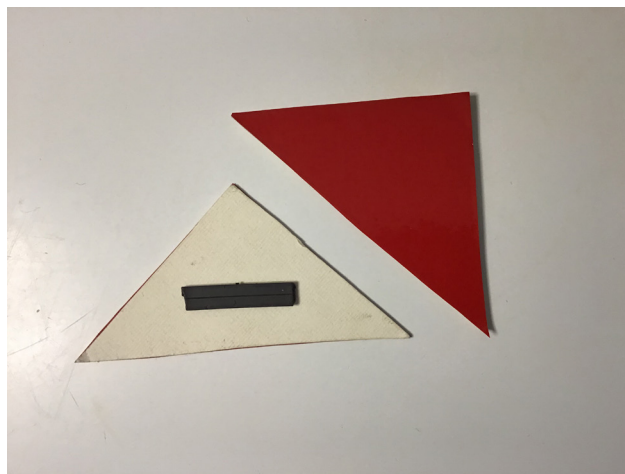
Nei due triangoli, lati corrispondenti dovranno essere bordati con lo stesso colore. Al termine, ogni alunno dispone del seguente materiale:



A questo punto, viene data la seguente consegna:

Costruire e nominare tutte le figure che si formano affiancando i lati uguali dei due triangoli. Disegnare sul quaderno tutte le figure ottenute.

Si procede di nuovo all'esposizione e al confronto dei risultati; al termine, gli alunni dovranno avere sul quaderno il disegno di tutte le figure ottenibili, anche di quelle eventualmente non individuate da soli prima della discussione. In aggiunta l'insegnante può aver predisposto un file alla LIM con le figure ottenibili, oppure può costruirle con sagome calamitate da utilizzare su una lavagna magnetica.



Si passa alla successiva consegna:

Confrontare area e perimetro delle figure ottenute, utilizzando di preferenza l'osservazione e il ragionamento.

Valgono le stesse riflessioni della corrispondente consegna nel punto precedente.

Allegato 3: soluzioni delle consegne fase 1b.

Allegato 4: somma degli angoli interni di un triangolo.

FASE 2: *Triangolo a vertice mobile*

In questa fase viene utilizzato, come anticipato nella presentazione, un modello dinamico che abbiamo chiamato "triangolo a vertice mobile".

In Allegato 5 è possibile visualizzare un filmato che ne mostra il funzionamento.

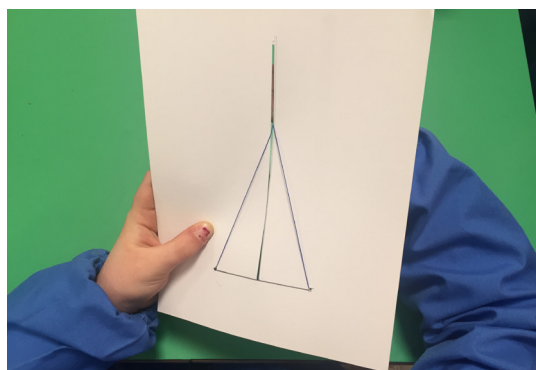
In esso, il vertice (C) trasla lungo una scanalatura, generando una serie infinita di triangoli isosceli. Ogni alunno costruisce il proprio modello, seguendo le istruzioni dell'insegnante che possono essere date oralmente o attraverso una apposita scheda-guida (Allegato 6).

Poi procede con la seguente consegna:

Trasla il vertice mobile lungo la scanalatura e rispondi per iscritto alle domande seguenti:

- quali tipi di triangoli si formano? quanti di ogni tipo?
- quali tipi di triangoli **NON** si formano e perché?
- durante il movimento, cosa accade a: lati, angoli, area e perimetro delle figure generate dal modello?

Tutti gli alunni rispondono alle domande per iscritto, sul loro quaderno, nel tempo assegnato (20-30 minuti); segue la discussione collettiva delle risposte, gestita dall'insegnante come nei casi precedenti.



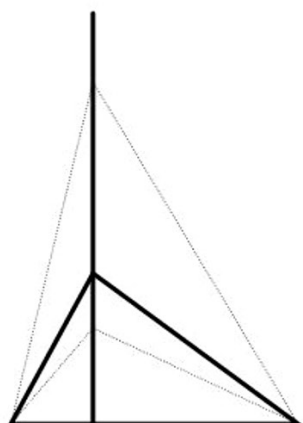
Allegato 7: soluzioni delle consegne fase 2.

Allegato 8: le relazioni nel modello.

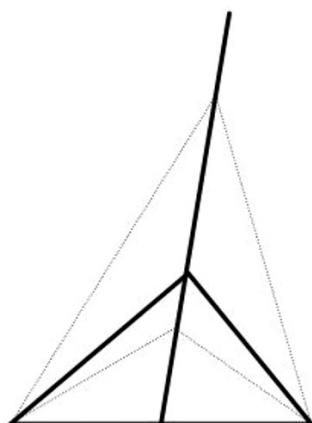
FASE 3: *Costruzione di tre varianti*

Con una tecnica analoga a quella utilizzata per produrre il modello della fase 2, vengono costruite tre varianti del modello stesso. È possibile organizzare il lavoro in modo che ogni alunno possieda tutte e tre le varianti; oppure, si può dividere la classe in gruppi, ognuno dei quali produce e analizza uno dei tre modelli alternativi.

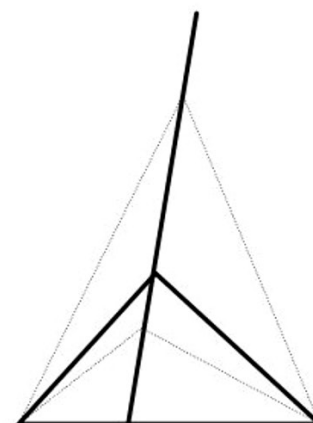
Questi si differenziano dal primo per la posizione della scanalatura (il punto di intersezione con la base fissa può essere centrale o no) e/o per la sua inclinazione rispetto al segmento-base (perpendicolare o no):



*Scanalatura non centrale
e perpendicolare*



*Scanalatura centrale e
non perpendicolare*



*Scanalatura non centrale
e non perpendicolare*

Trasla il vertice mobile lungo la scanalatura e rispondi per iscritto alle domande seguenti:

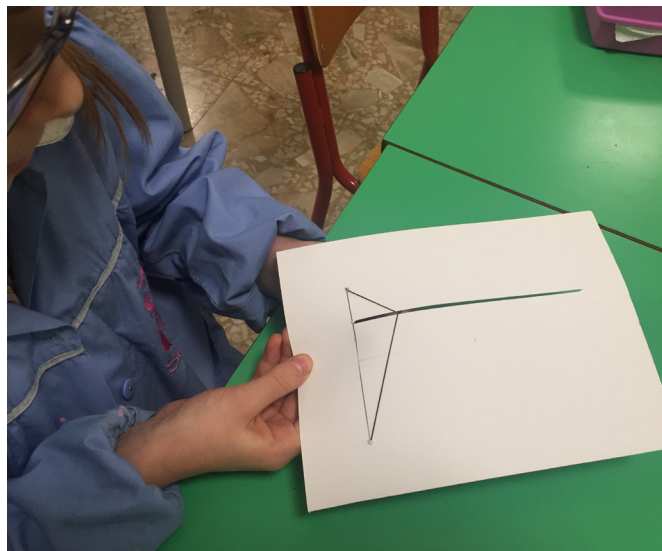
- a) quali tipi di triangoli si formano? quanti di ogni tipo?
- b) quali tipi di triangoli NON si formano e perché?

Il tempo assegnato per lo svolgimento della consegna può variare a seconda che ogni alunno debba esaminare una sola variante del modello o tutte e tre; in genere, comunque, 20-30 minuti sono più che sufficienti per analizzarle tutte in relazione alla tipologia dei triangoli che vengono a formarsi.

Allegato 9: rappresentazione dei modelli con il quadrato di Lewis Carroll.

Allegato 10: gestione di questa fase (dai triangoli che non si formano all'ideazione dei modelli alternativi).

Allegato 11: riflessioni sulla metodologia di lavoro.



Materiali

Come si è detto nella presentazione iniziale, i materiali necessari sono di facilissima reperibilità e non costosi; oltre agli strumenti da disegno (righello, matita, squadretta), servono forbici e tagliarino, una tavoletta di legno o materiale plastico robusto per non graffiare il piano di lavoro del banco quando si pratica l'incisione,

pennarelli a punta fine e grossa di vari colori, filo elastico, cartoncino di tipo F4. È opportuno che l'insegnante abbia i suoi modelli, da mostrare alla classe; sarebbe utile anche un file di geometria dinamica che riproduca i modelli dinamici delle fasi 2 e 3.

3. Spazi necessari

Ogni alunno può lavorare nella sua postazione abituale (banco), quindi l'attività si può svolgere in aula.

Bibliografia e sitografia

Vigotskij, L. S. (1989). *Pensiero e linguaggio*. Giunti, Milano.

Facenda, A. M., Fulgenzi P., Nardi, J., Paternoster, F., Rivelli, D., Zambon, D. (2015). *Area e perimetro e modelli dinamici: un incontro efficace*. L'educazione Matematica, 5(3), 21-46.

Facenda, A. M., Fulgenzi P., Nardi, J., Paternoster, F., Rivelli, D., Zambon, D. (2014). *Volare con la matematica: un percorso operativo di geometria dinamica* (ebook). Digital Docet, Modena.

Facenda, A. M., Fulgenzi P., Nardi, J., Paternoster, F., Rivelli, D., Zambon, D. (2008). Uso integrato di Cabri e modelli dinamici: resoconto di una esperienza sui parallelogrammi. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 31A(5).

Siti utili:

<http://mathesispesaro.altervista.org>

Incontri ravvicinati... con i triangoli

Dipartimento formazione e apprendimento,

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana (SUPSI).

Autori: Anna Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Janna Nardi, Floriana Paternoster,
Daniela Rivelli, Daniela Zambon (Mathesis Pesaro)

Una pubblicazione del progetto *Communicating Mathematics Education*

Finanziato dal Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica.

Responsabile del progetto: Silvia Sbaragli,

Centro competenze didattiche della matematica (DdM).

I testi hanno subito una revisione redazionale curata

dal Centro competenze didattiche della matematica (DdM).

Progetto grafico: Jessica Gallarate

Impaginazione: Luca Belfiore

Servizio Risorse didattiche, eventi e comunicazione (REC)

Dipartimento formazione e apprendimento - SUPSI



Incontri ravvicinati... con i triangoli

è distribuito con Licenza Creative Commons

Attribuzione - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale