Telepatia egizia

Modalità di esecuzione

1. Procurati cinque pennarelli e cinque bloc–notes. Inoltre, è opportuno che tu abbia a disposizione una calcolatrice tascabile, per poter accelerare, all'occorrenza, lo svolgimento dei calcoli meno semplici (e garantirne la correttezza).
2. Prendi per te un bloc–notes e un pennarello.
3. Scegli quattro spettatori tra il pubblico e falli disporre in piedi, vicino a te, uno accanto all'altro, con il viso rivolto verso gli altri presenti.
4. Attribuisci un numero d'ordine a ciascuno di questi spettatori, contando da destra verso sinistra (in base alla disposizione che appare di fronte a te) e traccia sul tuo bloc–notes uno schema analogo al seguente.

4°	3°	2°	1°

5. Consegna un bloc–notes e un pennarello a ciascuno dei quattro spettatori coinvolti.
6. Scegli un numero naturale n, non maggiore di 15 (ad esempio, $n = 13$).
7. Comunica al pubblico il numero che hai scelto.
8. Chiedi al 1° spettatore di scrivere sul proprio bloc–notes un altro numero naturale m, a sua scelta, senza renderlo noto (ad esempio, $m = 37$).
9. Chiedigli anche di calcolare il prodotto p tra il suo numero e quello che hai scelto tu (nel nostro esempio, $13 \times 37 = 481$) e di scrivere segretamente il risultato su un altro foglio del proprio bloc–notes.
10. Invitalo, inoltre, a mostrare il proprio numero m (nel nostro esempio, 37) alla persona che si trova alla sua destra e prega questa di calcolare il doppio di tale numero, trascrivendo il risultato su un foglio del proprio bloc–notes (nel nostro esempio, $37 \times 2 = 74$).
11. Chiedi, in successione, a ciascuno degli altri spettatori di calcolare il doppio del numero ottenuto dallo spettatore posto alla propria sinistra.
    Nel caso in esame, la situazione finale sarà la seguente.

4°	3°	2°	1°
296	148	74	37

12. Chiedi a ciascuno dei quattro spettatori di pensare intensamente al numero che ha scritto sul proprio bloc–notes e passa lentamente davanti a loro, affermando di essere in grado di captare le onde cerebrali emesse dalle loro menti.
13. Fai notare al pubblico che tu ignori quale numero ha scelto il primo spettatore e che, quindi, non puoi conoscere né il valore p del prodotto che ha ottenuto né i prodotti ricavati dagli altri tre spettatori.
14. Detto ciò, invita alcuni di questi quattro spettatori a fare un passo avanti e a mostrare al pubblico i numeri scritti sui loro bloc–notes.
15. Esegui la somma dei vari numeri così resi noti e invita il primo spettatore a rivelare il valore del prodotto p che aveva calcolato in precedenza ($13 \times 37 = 481$).
16. Metti in evidenza che i due valori così ottenuti sono identici.

Accorgimenti da seguire

Converti in notazione binaria il numero n che hai scelto all'inizio (nel nostro esempio: $13 \rightarrow 1101$; puoi consultare la tabella riportata nella scheda teorica introduttiva di questo capitolo "Numerazione in base 2", relativa ai numeri interi compresi tra 0 e 15). Trascrivi il numero binario così ottenuto, nello schema tracciato sul tuo bloc–notes, ponendo ciascuna cifra sotto ognuno dei numeri di posizione da te appuntati.
Nel nostro esempio, devi scrivere queste cifre:

4°	3°	2°	1°
1	1	0	1

Successivamente, devi chiedere di fare un passo avanti a ogni spettatore il cui numero di posizione è associato a una cifra 1:

4°	3°	2°	1°
296	148	74	37

Nel nostro esempio, gli spettatori in questione sono: il 4°, il 3° e il 1°. In effetti, effettuando la somma dei numeri che tali spettatori avranno scritto (296 + 148 + 37 = 481), si ricava proprio il prodotto ottenuto dal primo spettatore all'inizio (481 = 13 × 37).

Spiegazione del trucco

In generale, possiamo indicare un numero n, non maggiore di 15, nel seguente modo:

$$n = r_3 \times 2^3 + r_2 \times 2^2 + r_1 \times 2^1 + r_0 \times 2^0$$

dove i coefficienti r_3, r_2, r_1 e r_0 sono uguali a 0 oppure a 1.
Di conseguenza, il valore di $p = m \times n$, può essere così indicato:

$$p = m \times (r_3 \times 2^3 + r_2 \times 2^2 + r_1 \times 2^1 + r_0 \times 2^0)$$

da cui si ricava

$$p = m \times r_3 \times 2^3 + m \times r_2 \times 2^2 + m \times r_1 \times 2^1 + m \times r_0 \times 2^0$$

Quindi, in pratica, il valore di p è uguale alla somma di tutti i prodotti di m per una potenza di 2 (2^k) moltiplicata per un valore di r_k diverso da 0 (per k = 0, 1, 2, 3). Tali prodotti di m per potenze successive di 2 si generano nel gioco facendo raddoppiare ad ogni spettatore il prodotto trovato dallo spettatore alla sua sinistra. Nel nostro esempio, infatti, si ha:

4°	3°	2°	1°
148 × 2 = = 37×2^3	74 × 2 = = 37×2^2	37 × 2 = = 37×2^1	37 = = 37×2^0

Ora, essendo:

$$13 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

abbiamo che

$$p = 37 \times (1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0)$$
$$p = 37 \times 1 \times 2^3 + 37 \times 1 \times 2^2 + 37 \times 0 \times 2^1 + 37 \times 1 \times 2^0$$
$$p = 37 \times 8 + 37 \times 4 + 37 \times 1 = 296 + 148 + 37 = 481$$

Ovviamente, predisponendo degli schemi di dimensioni opportune, si può effettuare lo stesso gioco, anche partendo da un numero naturale n, maggiore di 15. In assoluto, però, per evitare che la sua esecuzione risulti troppo banale, è importante che il numero da te scelto non corrisponda a una potenza di 2 (ovvero che non contenga una sola cifra 1 nella propria notazione binaria).

Approfondimento storico: La moltiplicazione egizia

Questo gioco trae spunto da un metodo per eseguire le moltiplicazioni ideato dagli antichi egizi, basato sul metodo detto "del raddoppio". Vediamone un esempio, eseguendo la moltiplicazione 12 × 17.

Si traccia uno schema a due colonne.

Nella prima riga, nella colonna di destra si scrive uno dei due fattori, nella colonna di sinistra si scrive 1.

1	17

In ogni riga successiva si raddoppia il numero trovato nella riga precedente, fino a quando nella colonna di sinistra i numeri, che corrisponderanno alle potenze di 2, non risulteranno maggiori dell'altro fattore.	1 – 17 2 – 34 4 – 68 8 – 136
Si evidenziano i numeri della prima colonna la cui somma equivale all'altro fattore (nel nostro caso, 12 = 4 + 8) e si selezionano le righe corrispondenti.	1 – 17 2 – 34 **4 – 68** **8 – 136**
Si addizionano i numeri delle righe selezionate nella colonna di destra, trovando il risultato della moltiplicazione.	68 + 136 = **204**

Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione, infatti, si ha:

$12 \times 17 = (4 + 8) \times 17 = 4 \times 17 + 8 \times 17$

I prodotti parziali che vanno addizionati altro non sono che i numeri ricavati nella colonna di destra, in corrispondenza dei numeri 4 e 8.

L'algoritmo è stato rinvenuto su antichi papiri egizi anche scritto in altre forme equivalenti a questa, ma un po' più articolate, in particolare sfruttando la divisione per 2 con resto. Si tratta di una procedura il cui funzionamento risulta alquanto macchinoso, ma piuttosto magico. Vediamone i passaggi.

- Si traccia uno schema a due colonne.
- Si pone uno dei due fattori, nella prima casella in alto, della colonna di sinistra.
- Si divide questo numero per 2 e si riporta il valore ottenuto nella casella sottostante; la stessa cosa si fa con questo risultato e con tutti quelli successivi, finché non si ricava 1.
- Ogni volta che il numero da dividere è dispari, prima di effettuare la divisione lo si decrementa di un'unità e lo si marca con un segno «+».
- Terminata questa prima parte del procedimento, si pone il secondo fattore, nella prima casella in alto della colonna di destra.
- Si moltiplica questo numero per 2 e si riporta il valore ottenuto nella casella sottostante; la stessa cosa si fa con questo risultato e con tutti quelli successivi, finché non si arriva a riempire la casella attigua a quella che, sulla sinistra, contiene il valore 1.
- Si esegue la somma di tutti i numeri che, nella colonna di destra, si trovano in una casella attigua a un segno «+».
- Il risultato di tale somma è uguale al prodotto dei due fattori.

Qui di seguito, si riporta un esempio, relativo alla moltiplicazione 35 × 42, tratto dal papiro del contabile Ahmes (circa 1900 a.C.) e descritta nel libro *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* (1924) di Giuseppe Peano.

35	+	
17	+	
8		
4		
2		
1	+	

Si scrive 35 in alto a sinistra; dato che questo numero è dispari, si pone accanto ad esso un segno «+» e lo si decrementa di 1, ottenendo 34.
Si divide 34 per 2, ottenendo 17; dato che questo numero è dispari, si pone accanto ad esso un segno «+» e lo si decrementa di 1, ottenendo 16.
Si divide 16 per 2, ottenendo 8; dato che questo numero è pari, non si effettua alcun intervento particolare.
Si divide 8 per 2, ottenendo 4; dato che questo numero è pari, non si effettua alcun intervento particolare.
Si divide 4 per 2, ottenendo 2; dato che questo numero è pari, non si effettua alcun intervento particolare.
Si divide 2 per 2, ottenendo 1; quindi, la prima parte del procedimento termina, ma dato che 1 è dispari, si pone accanto ad esso un segno «+».

35	+	42
17	+	84
8		168
4		336
2		672
1	+	1344

Si scrive 42 in alto a destra.
Si moltiplica 42 per 2, ottenendo 84.
Si moltiplica 84 per 2, ottenendo 168.
Si moltiplica 168 per 2, ottenendo 336.
Si moltiplica 336 per 2, ottenendo 672.
Si moltiplica 672 per 2, ottenendo 1344; avendo riempito la casella attigua a quella che, sulla sinistra, contiene 1, il procedimento termina.

35	+	42
17	+	84
8		168
4		336
2		672
1	+	1344

A questo punto, si sommano tutti i numeri della seconda colonna che si trovano in una casella attigua a un segno «+».
Quindi, 42 + 84 + 1344 = 1470.
E, in effetti: 35 × 42 = 1470.

Con la divisione successiva per due, segnalando quando il resto è 1, si vanno proprio a individuare quelle potenze di 2 per cui il coefficiente è diverso da 0 nella scrittura del primo fattore in base 2: la prima riga corrisponde a $2^0 = 1$, la seconda a $2^1 = 2$ e la sesta a $2^5 = 32$, la cui somma dà proprio 35, ossia il primo fattore.